

# Berechenbare Vernunft

Kalkül und Rationalismus  
im 17. Jahrhundert

von

Sybille Krämer

Walter de Gruyter • Berlin • New York

1991

## Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	V
Einleitung . . . . .	1
I. Prolog. Die Entdeckung der symbolischen Differenz in der griechischen Mathematik und ihre ontologische Legitimation durch Piaton . . . . .	7
1. Über einen vernachlässigten Aspekt der Wissenschaftsgeschichte . . . . .	7
2. Die magische Identität von Symbol und Symbolisiertem in der pythagoreischen Rechensteinarithmetik . . . . .	12
3. Die Entdeckung der Inkommensurabilität und die Genesis rein symbolischer Beweisverfahren . . . . .	32
4. Die Erschütterung der pythagoreischen arithmetica universalis: eine etymologische Spurensicherung . . . . .	45
5. Ein Beispiel für die symbolische Differenz: Strecken als Veranschaulichung von Zahlen . . . . .	50
6. Die philosophische Legitimation der symbolischen Differenz durch Piaton . . . . .	53
7. Gebrauchten die Griechen mathematische Symbole formal? Die Problematik des Terminus „geometrische Algebra“ . . . . .	70
8. Ein Resümee . . . . .	85
II. Hauptteil. Die Verdrängung des ontologischen Symbolismus durch den operativen Symbolismus in der Neuzeit . . . . .	88
1. Die neuzeitliche Mathematik als Pionierin des operativen Symbolgebrauches . . . . .	88
1.1. Die Implikationen der Kalkülisierung. Drei Thesen zur Einleitung . . . . .	88
1.1.1. Entkoppelung von Konstruktion und Interpretation . . . . .	88
1.1.2. Sprachen werden zur Technik . . . . .	89
1.1.3. Zeichen werden zu handhabbaren Gegenständen . . . . .	93

1.2. Die Verschriftlichung des Rechnens: Eine formale Sprache wird zur Kulturtechnik . . . . .	97
1.2.1. Das Brettrechnen als nicht-formale Rechentechnik . . . . .	99
1.2.2. Zahldarstellung im dezimalen Positionssystem . . . . .	105
1.2.3. Exkurs übr die Wortgeschichte von „cifra“ . . . . .	111
1.2.4. Schriftliches Rechnen als Gebrauch einer syntaktischen Maschine . . . . .	114
1.3. Das Buchstabenrechnen und die Entstehung der modernen Algebra . . . . .	124
1.3.1. Was heißt „Buchstabenrechnen?“ . . . . .	124
1.3.2. Rhetorische und symbolische Algebra . . . . .	126
1.3.3. Vietes Anknüpfen an die antike Analysis und ihre Umdeutung . . . . .	133
1.3.4. Über Implikationen und Folgen des symbolischen Verfahrens der „ars analytica“ . . . . .	143
1.4. Descartes' Analytische Geometrie . . . . .	150
1.5. Leibnizens Infinitesimalkalkül . . . . .	152
2. Rationalistische Epistemologie: die Entdeckung der Symbole als Technik . . . . .	159
2.1. Mathematik und Methode beim jungen Descartes (1619-1628). . . . .	159
2.1.1. Die Interpretationshypothese: die analytische Ausrichtung der cartesischen Methode impliziert ein elementares symbolisches Verfahren . . . . .	159
2.1.2. Das Verhältnis der „Regulae“ zum „Discours“ . . . . .	163
2.1.3. Plan und Datum der „Regulae“ . . . . .	167
2.1.4. Regel 1—8: die Algebra als Problemlösungsverfahren . . . . .	170
2.1.4.1. Geometrische Analysis und ihre Mißverständnisse . . . . .	173
2.1.4.2. Die Umbildung der Analysis durch Diophant und Viete . . . . .	177
2.1.4.3. „Deduktion“ . . . . .	181
2.1.4.4. „mathesis universalis“ I: Regel 4 . . . . .	192
2.1.5. Regel 12ff.: das symbolische Verfahren der Analysis und die „mathesis universalis“ II . . . . .	201
2.1.6. Ein Resümee . . . . .	213

2.2. Symbolische Erkenntnis und die symbolische Konstitution des Erkenntnisgegenstandes bei Leibniz . . . . .	220
2.2.1. Vier Hypothesen über Zeichen und Denken bei Leibniz . . . . .	220
2.2.2. Instrumentelle versus kommunikative Funktion von Sprache. Die konstitutive Rolle der Zeichen für das Denken. . . . .	226
2.2.3. Künstliche versus natürliche Sprachen: der Kunstcharakter der rationalen Grammatik. . . . .	
2.2.4. <i>Ecriture versus parole: characteres versus figurae.</i> Ein neuer Typus von Schriftlichkeit . . . . .	254
2.2.5. Formalismus versus Intuitionismus, die Idee des Kalküls. . . . .	267
2.2.5.1. Das Verhältnis von Kombinatorik und Algebra: die Idee vom interpretationsfreien Gebrauch der Zeichen. . . . .	269
2.2.5.2. Die Organisation der Zeichen in autonomen Systemen: die Kalkülisierung und ihre Implikationen. . . . .	279
2.2.6. Konstruktion versus Abbildung: Darstellen als Generierung des dargestellten Gegenstandes . . .	295
2.2.6.1. „ <i>Expressio</i> “ als mathematische Abbildung . . . . .	298
2.2.6.2. Die Ideen als „Gegenstände“ des Erkennens. . . . .	305
2.2.6.3. Kausale Definition als syntaktische Konstruktion. . . . .	311
2.2.6.4. Symbolische Erkenntnis als modellbildende Vernunft . . . . .	318
2.2.6.5. Wie „platonisch“ ist Leibnizens Erkenntnistheorie? Ein Resümee. . . . .	325
2.3. Formale Identität und die Grenzen der symbolischen Erkenntnis. . . . .	328
2.3.1. Vier Hypothesen über „Identität“ bei Leibniz . .	328
2.3.2. Das „gegenstandstheoretische Mißverständnis“ und Ansätze zu seiner Überwindung . . . . .	330
2.3.3. Die Substitution „ <i>salvis calculis legibus</i> “. . . .	340
2.3.4. Die Substitution „ <i>salva veritate</i> “. . . . .	345
2.3.5. Formale Identität als ideales Konstrukt . . . . .	356

2.3.6. Der Ununterscheidbarkeitssatz: der Ausschluß des Individuellen aus der formalen Erkenntnis . . . .	363
2.3.7. Ein Resümee. . . . .	368
III. Ergebnisse. . . . .	372
Verzeichnis der zitierten Literatur. . . . .	388
Personenregister. . . . .	418
Sachregister. . . . .	425