

Berechenbare Vernunft

Kalkül und Rationalismus
im 17. Jahrhundert

von

Sybille Krämer

Walter de Gruyter • Berlin • New York

1991

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Einleitung	1
I. Prolog. Die Entdeckung der symbolischen Differenz in der griechischen Mathematik und ihre ontologische Legitimation durch Piaton	7
1. Über einen vernachlässigten Aspekt der Wissenschaftsgeschichte	7
2. Die magische Identität von Symbol und Symbolisiertem in der pythagoreischen Rechensteinarithmetik	12
3. Die Entdeckung der Inkommensurabilität und die Genesis rein symbolischer Beweisverfahren	32
4. Die Erschütterung der pythagoreischen arithmetica universalis: eine etymologische Spurensicherung	45
5. Ein Beispiel für die symbolische Differenz: Strecken als Veranschaulichung von Zahlen	50
6. Die philosophische Legitimation der symbolischen Differenz durch Piaton	53
7. Gebrauchten die Griechen mathematische Symbole formal? Die Problematik des Terminus „geometrische Algebra“	70
8. Ein Resümee	85
II. Hauptteil. Die Verdrängung des ontologischen Symbolismus durch den operativen Symbolismus in der Neuzeit	88
1. Die neuzeitliche Mathematik als Pionierin des operativen Symbolgebrauches	88
1.1. Die Implikationen der Kalkülisierung. Drei Thesen zur Einleitung	88
1.1.1. Entkoppelung von Konstruktion und Interpretation	88
1.1.2. Sprachen werden zur Technik	89
1.1.3. Zeichen werden zu handhabbaren Gegenständen	93

1.2. Die Verschriftlichung des Rechnens: Eine formale Sprache wird zur Kulturtechnik	97
1.2.1. Das Brettrechnen als nicht-formale Rechentechnik	99
1.2.2. Zahldarstellung im dezimalen Positionssystem	105
1.2.3. Exkurs übr die Wortgeschichte von „cifra“	111
1.2.4. Schriftliches Rechnen als Gebrauch einer syntaktischen Maschine	114
1.3. Das Buchstabenrechnen und die Entstehung der modernen Algebra	124
1.3.1. Was heißt „Buchstabenrechnen?“	124
1.3.2. Rhetorische und symbolische Algebra	126
1.3.3. Vietes Anknüpfen an die antike Analysis und ihre Umdeutung	133
1.3.4. Über Implikationen und Folgen des symbolischen Verfahrens der „ars analytica“	143
1.4. Descartes' Analytische Geometrie	150
1.5. Leibnizens Infinitesimalkalkül	152
2. Rationalistische Epistemologie: die Entdeckung der Symbole als Technik	159
2.1. Mathematik und Methode beim jungen Descartes (1619-1628)	159
2.1.1. Die Interpretationshypothese: die analytische Ausrichtung der cartesischen Methode impliziert ein elementares symbolisches Verfahren	159
2.1.2. Das Verhältnis der „Regulae“ zum „Discours“	163
2.1.3. Plan und Datum der „Regulae“	167
2.1.4. Regel 1—8: die Algebra als Problemlösungsverfahren	170
2.1.4.1. Geometrische Analysis und ihre Mißverständnisse	173
2.1.4.2. Die Umbildung der Analysis durch Diophant und Viete	177
2.1.4.3. „Deduktion“	181
2.1.4.4. „mathesis universalis“ I: Regel 4	192
2.1.5. Regel 12ff.: das symbolische Verfahren der Analysis und die „mathesis universalis“ II	201
2.1.6. Ein Resümee	213

2.2. Symbolische Erkenntnis und die symbolische Konstitution des Erkenntnisgegenstandes bei Leibniz	220
2.2.1. Vier Hypothesen über Zeichen und Denken bei Leibniz	220
2.2.2. Instrumentelle versus kommunikative Funktion von Sprache. Die konstitutive Rolle der Zeichen für das Denken.	226
2.2.3. Künstliche versus natürliche Sprachen: der Kunstcharakter der rationalen Grammatik.	
2.2.4. <i>Ecriture versus parole: characteres versus figurae.</i> Ein neuer Typus von Schriftlichkeit	254
2.2.5. Formalismus versus Intuitionismus, die Idee des Kalküls.	267
2.2.5.1. Das Verhältnis von Kombinatorik und Algebra: die Idee vom interpretationsfreien Gebrauch der Zeichen.	269
2.2.5.2. Die Organisation der Zeichen in autonomen Systemen: die Kalkülisierung und ihre Implikationen.	279
2.2.6. Konstruktion versus Abbildung: Darstellen als Generierung des dargestellten Gegenstandes	295
2.2.6.1. „ <i>Expressio</i> “ als mathematische Abbildung	298
2.2.6.2. Die Ideen als „Gegenstände“ des Erkennens.	305
2.2.6.3. Kausale Definition als syntaktische Konstruktion.	311
2.2.6.4. Symbolische Erkenntnis als modellbildende Vernunft	318
2.2.6.5. Wie „platonisch“ ist Leibnizens Erkenntnistheorie? Ein Resümee.	325
2.3. Formale Identität und die Grenzen der symbolischen Erkenntnis.	328
2.3.1. Vier Hypothesen über „Identität“ bei Leibniz	328
2.3.2. Das „gegenstandstheoretische Mißverständnis“ und Ansätze zu seiner Überwindung	330
2.3.3. Die Substitution „ <i>salvis calculis legibus</i> “.	340
2.3.4. Die Substitution „ <i>salva veritate</i> “.	345
2.3.5. Formale Identität als ideales Konstrukt	356

2.3.6. Der Ununterscheidbarkeitssatz: der Ausschluß des Individuellen aus der formalen Erkenntnis	363
2.3.7. Ein Resümee.	368
III. Ergebnisse.	372
Verzeichnis der zitierten Literatur.	388
Personenregister.	418
Sachregister.	425