

Hans-Otto Georgii

Stochastik

Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie
und Statistik



Walter de Gruyter
Berlin • New York 2002

Inhalt

Vorwort	v
Zufall und Mathematik	1
I Wahrscheinlichkeitstheorie	5
1 Mathematische Beschreibung von Zufallssituationen	7
1.1 Wahrscheinlichkeitsräume	7
1.2 Eigenschaften und Konstruktion von Wahrscheinlichkeitsmaßen	14
1.3 Zufallsvariablen	19
Aufgaben	24
2 Stochastische Standardmodelle	27
2.1 Die Gleichverteilungen	27
2.2 Urnenmodelle mit Zurücklegen	31
2.3 Urnenmodelle ohne Zurücklegen	35
2.4 Die Poisson-Verteilungen	38
2.5 Wartezeit-Verteilungen	39
2.6 Die Normalverteilungen	44
Aufgaben	47
3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit	50
3.1 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	50
3.2 Mehrstufige Modelle	56
3.3 Unabhängigkeit	62
3.4 Existenz unabhängiger Zufallsvariablen, Produktmaße	68
3.5 Der Poisson-Prozess	73
3.6 Simulationsverfahren	76
3.7 Asymptotische Ereignisse	81
Aufgaben	84

4 Erwartungswert und Varianz	89
4.1 Der Erwartungswert	89
4.2 Wartezeitparadox und fairer Optionspreis	97
4.3 Varianz und Kovarianz	103
4.4 Erzeugende Funktionen	106
Aufgaben	110
5 Gesetz der großen Zahl und zentraler Grenzwertsatz	114
5.1 Das Gesetz der großen Zahl	114
5.2 Die Normalapproximation der BinomialVerteilungen	125
5.3 Der zentrale Grenzwertsatz	133
5.4 Normal-oder Poisson-Approximation?	138
Aufgaben	140
6 Markov-Ketten	146
6.1 Die Markov-Eigenschaft	146
6.2 Absorptionswahrscheinlichkeiten	149
6.3 Asymptotische Stationarität	154
6.4 Rückkehr zum Startpunkt	165
Aufgaben	172
II Statistik	179
7 Parameterschätzung	181
7.1 Der Ansatz der Statistik	181
7.2 Die Qual der Wahl	186
7.3 Das Maximum-Likelihood Prinzip	189
7.4 Erwartungstreue und quadratischer Fehler	194
7.5 Beste Schätzer	196
7.6 Konsistenz von Schätzern	203
7.7 Bayes-Schätzer	206
Aufgaben	210
8 Konfidenzbereiche	214
8.1 Definition und Konstruktionsverfahren	214
8.2 Konfidenzintervalle im Binomialmodell	220
8.3 Ordnungsintervalle	224
Aufgaben	228

9 Rund um die Normalverteilung	232
9.1 Die mehrdimensionale Normalverteilung	232
9.2 Die χ^2 -, F- und t-Verteilungen	236
Aufgaben.	242
10 Testen von Hypothesen	245
10.1 Entscheidungsprobleme.	245
10.2 Alternativtests.	250
10.3 Beste einseitige Tests.	256
10.4 Parametertests im Gauß-Produktmodell.	259
Aufgaben.	268
11 Asymptotische Tests und Rangtests	273
11.1 Normalapproximation von Multinomialverteilungen.	273
11.2 Der Chiquadrat-Anpassungstest	279
11.3 Der Chiquadrat-Test auf Unabhängigkeit	285
11.4 Ordnungs- und Rangtests.	291
Aufgaben.	301
12 Regressions- und Varianzanalyse	306
12.1 Einfache lineare Regression.	306
12.2 Das lineare Modell.	310
12.3 Das lineare Gaußmodell.	314
12.4 Varianzanalyse.	320
Aufgaben.	329
Verteilungstabellen	335
Literatur	341
Symbolverzeichnis	345
Index	349