

Stefan Ebenfeld

Grundlagen der Finanzmathematik

Mathematische Methoden, Modellierung
von Finanzmärkten und Finanzprodukten

2007

Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|------------|
| EINFÜHRUNG | 1 |
| 1 Einführung und Inhaltsübersicht | 3 |
| 1.1 Einführung | 3 |
| 1.1.1 Glücksspiel | 4 |
| 1.1.2 Bewertung von Optionen und anderen Derivaten | 5 |
| 1.2 Inhaltsübersicht | 11 |
| FINANZMATHEMATIK IN DISKRETER ZEIT | 15 |
| 2 Konvexe Analysis und lineare Optimierung | 17 |
| 2.1 Konvexe Analysis | 17 |
| 2.2 Lineare Optimierung | 22 |
| 3 Einperioden—Finanzmarktmodelle | 31 |
| 3.1 Modellierung von Finanzmärkten | 31 |
| 3.2 Starke Arbitrage | 33 |
| 3.3 Arbitrage | 38 |
| 3.4 Finanzmarktmodelle | 42 |
| 3.5 Bewertung von Derivaten | 46 |
| 3.6 Vollständigkeit | 49 |
| 4 Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie | 59 |
| 4.1 Mengenalgebren | 59 |
| 4.2 Zufallsvariablen | 62 |
| 4.3 (Bedingte) Erwartungswerte | 66 |
| 4.4 Filtrationen | 72 |
| 4.5 Stochastische Prozesse | 74 |
| 4.6 Martingale | 77 |
| 4.7 Stoppzeiten | 79 |
| 4.8 Unabhängigkeit | 84 |
| 4.9 Ein einfaches Beispiel: Münzwurf | 86 |
| 5 Mehrperioden-Finanzmarktmodelle | 91 |
| 5.1 Modellierung von Finanzmärkten | 91 |
| 5.2 Zerlegung des Mehrperioden-Finanzmarktmodells | 95 |
| 5.3 Arbitrage | 98 |
| 5.4 Bewertung von Derivaten | 109 |
| 5.5 Vollständigkeit | 111 |
| 6 Spezielle Derivate | 123 |
| 6.1 Derivate mit europäischem Ausübungsrecht | 123 |
| 6.2 Derivate mit amerikanischem Ausübungsrecht | 129 |
| 6.3 Futurekontrakte | 136 |
| 7 Das Binomialmodell (Cox-Ross-Rubinstein Modell) | 143 |
| FINANZMATHEMATIK IN STETIGER ZEIT | 153 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 8 | Stochastische Analysis | 155 |
| 8.1 | Grundbegriffe | 156 |
| 8.2 | Stoppzeiten und Martingale | 161 |
| 8.3 | Brownsche Bewegungen | 166 |
| • 8.4 | Itosche Integrale | 171 |
| 8.5 | Itoscher Kalkül | 187 |
| 8.6 | Stochastische Differentialgleichungen | 207 |
| 8.7 | Lineare stochastische Differentialgleichungen | 214 |
| 8.8 | Feynman—Kac Formeln für Diffusionsgleichungen | 216 |
| 8.9 | Brownsche Martingale | 224 |
| 8.10 | Wechsel des Wahrscheinlichkeitsmaßes | 231 |
| 9 | Aktienmärkte | 239 |
| 9.1 | Modellierung von Aktienmärkten | 239 |
| 9.2 | Handelsstrategien und Wertprozesse | 245 |
| 9.3 | Bewertung von Derivaten | 247 |
| 9.4 | Spezielle Derivate | 251 |
| 9.4.1 | Derivate mit europäischem Ausübungsrecht | 251 |
| 9.4.2 | Derivate mit amerikanischem Ausübungsrecht | 257 |
| 9.4.3 | Futurekontrakte | 267 |
| 9.5 | Aktienmodelle | 270 |
| 9.5.1 | Das Black-Scholes Modell | 271 |
| 9.5.2 | Modelle mit lokaler Volatilität | 272 |
| 9.5.3 | Modelle mit stochastischer Volatilität | 277 |
| 9.6 | Feynman-Kac Formeln für Derivate | 278 |
| 10 | Bondmärkte | 287 |
| 10.1 | Konsistenzüberlegung | 287 |
| 10.2 | Modellierung von Bondmärkten | 293 |
| 10.3 | Zinsprodukte und Zinsraten | 296 |
| 10.4 | Wechsel des Numeraires | 307 |
| 10.5 | Zinsstrukturmodelle | 313 |
| 10.5.1 | Das Black '76 Modell | 314 |
| 10.5.2 | Shortrate Modelle | 320 |
| 10.5.3 | Heath-Jarrow-Morton Modelle | 325 |
| 10.5.4 | Das LIBOR Forwardrate Modell (Brace-Garatek-Musiela Modell) | 330 |
| 10.5.5 | Das LIBOR Swaprate Modell | 333 |
| 10.5.6 | Markov-Funktional Modelle | 337 |
| 11 | Wechselkursrisiko und Inflationsrisiko | 343 |
| 11.1 | Modellierung von Wechselkursen und Inflationsindizes | 343 |
| 11.2 | Wechselkurs- und Inflationsderivate | 356 |
| 11.2.1 | Klassische Derivate im Fremdsystem | 356 |
| 11.2.2 | Echte Wechselkurs- und Inflationsderivate | 358 |
| 11.3 | Volatilitätsmodelle für Wechselkurse und Inflationsindizes | 362 |
| 11.3.1 | Das Garman-Kohlhagen Modell | 363 |
| 11.3.2 | Modelle mit lokaler Volatilität | 364 |
| 11.3.3 | Modelle mit stochastischer Volatilität | 366 |
| 11.4 | Driftmodelle für Wechselkurse und Inflationsindizes | 367 |

| | |
|---|------------|
| 12 Kreditrisiko | 371 |
| 12.1 Modellierung von Kreditereignissen | 371 |
| 12.2 Kreditderivate. | 378 |
| 12.2.1 Klassische Derivate mit Defaultmöglichkeiten. | 379 |
| 12.2.2 Echte Kreditderivate. | 383 |
| 12.3 Kreditrisikömodelle. | 385 |
| 12.3.1 Strukturelle Kreditrisikomodelle. | 385 |
| 12.3.2 Formreduzierte Kreditrisikomodelle (Hazardrate Modelle). | 390 |
| EXKURS ÜBER PHYSIK | 393 |
| 13 Pfadintegrale in der Quantenmechanik | 395 |
| 13.1 Klassische Mechanik. | 395 |
| 13.2 Quantenmechanik. | 397 |
| LITERATURVERZEICHNIS | 403 |
| INDEX | 405 |