

Finanzmathematik

Von

Dr. Karl Bosch

Professor für angewandte Mathematik
und Statistik

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	IX
Kapitel 1: Mathematische Grundlagen	1
1.1. Die arithmetische Zahlenfolge.....	2
1.2. Die arithmetische Reihe.....	2
1.3. Die geometrische Folge.....	2
1.4. Die endliche geometrische Reihe.....	3
1.5. Die unendliche geometrische Reihe.....	4
1.6. Das Rechnen mit Logarithmen.....	5
Kapitel 2: Abschreibungen	7
2.1. Die lineare Abschreibung.....	7
2.2. Die arithmetisch-degressive (fallende) Abschreibung.....	8
2.3. Die digitale Abschreibung.....	9
2.4. Die geometrisch-degressive Abschreibung.....	10
2.5. Abschreibung in Staffelsätzen.....	13
2.6. Abschreibung mit verschiedenen Abschreibungsarten.....	13
2.7. Der Übergang von der geometrisch-degressiven zur linearen Abschreibung.....	14
2.8. Aufgaben.....	15
Kapitel 3: Zins- und Zinseszinsrechnung	16
3.1. Einmalige Einzahlung ohne Zinseszins.....	16
3.2. Einmalige Einzahlung mit Zinseszins.....	18
3.3. Regelmäßige Einzahlung mit Zinseszins (Sparraten).....	28
3.3.1. Einzahlungen am Anfang oder Ende eines Jahres bei jährlicher Verzinsung (Einzahlung zu den Zinsterminen).....	29
3.3.2. Unterjährige Einzahlungen bei jährlicher Verzinsung.....	31
3.3.3. Unterjährige Verzinsung bei regelmäßigen jährlichen Einzahlungen.....	35
3.3.4. Unterjährige Einzahlungen bei unterjährigen Verzinsungen.....	35
3.4. Bestimmung des effektiven Zinssatzes.....	36
3.5. BASIC-Programm bei der Zinseszinsrechnung.....	37
3.6. Aufgaben.....	40
Kapitel 4: Tilgungsrechnung (Rückzahlung von Krediten)	43
4.1. Rückzahlungen mit unregelmäßigen Beträgen zu den Zinsterminen.....	44
4.2. Tilgung einer Schuld in gleichen Tilgungsraten (Ratentilgung).....	45
4.2.1. Tilgung einer Ratenschuld zu den Zinsterminen.....	45
4.2.2. Unterjährige Tilgung einer Ratenschuld.....	48
4.2.2.1. Unterjährige Verzinsung der unterjährigen Restschuld.....	48
4.2.2.2. Unterjährige Verzinsung der gleichen Ausgangsschuld.....	48
4.2.2.3. Unterjährige Tilgung - keine unterjährige Verzinsung.....	50
4.2.3.1. Tilgungsaufgeld (prozentuale Gebühren von der Tilgungsrate).....	52

4.2.3.2. Prozentuale Gebühren von der Restschuld	53
4.3. Tilgung einer Schuld durch gleiche Annuitäten (Annuitätentilgung)...	54
4.3.1. Annuitätentilgung zu den Zinsterminen	54
4.3.2. Unterjährige Annuitätentilgungen ohne unterjährige Verzinsung	60
4.3.2.1. Nachschüssige unterjährige Annuitätentilgungen	60
4.3.2.2. Vorschüssige unterjährige Annuitätentilgungen	61
4.3.3. Unterjährige Annuitätentilgung bei korrekter unterjähriger Verzinsung	62
4.3.4. Unterjährige Annuitätentilgungen bei nichtkorrekter unterjähriger Verzinsung	63
4.3.5. Annuitätentilgung mit unterjähriger Verzinsung und nichtunterjähriger Tilgung	65
4.3.6. Annuitätentilgungen mit zusätzlichem Tilgungsaufgeld	66
4.3.7. Annuitätentilgung mit eingeschlossenem Tilgungsaufgeld	68
4.3.8. Annuitätentilgung mit zusätzlicher Restschuldgebühr.....	72
4.3.9. Annuitätentilgung mit eingeschlossener Restschuldgebühr	73
4.4. Kredite mit Auszahlungsgebühren (Disagio)	74
4.5. Kredite mit tilgungsfreier Zeit	75
4.5.1. Bezahlung der Zinsen während der tilgungsfreien Zeit	75
4.5.2. Keine Bezahlung der Zinsen während der tilgungsfreien Zeit.....	76
4.6. Änderung der Rückzahlungsbedingung während der Laufzeit	77
4.7. Rückzahlung mit einer Tilgungsrücklage (Rücklagentilgung)	77
4.7.1. Tilgungsrücklage bei Zahlung der anfallenden Zinsen	77
4.7.2. Tilgungsrücklage ohne Zahlung der anfallenden Zinsen	79
4.8. BASIC-Programm für Annuitätentilgungen	79
4.9. Aufgaben	83
Kapitel 5: Rentenrechnung	86
5.1. Rentenzahlungen	86
5.2. Konstante Rentenzahlungen	86
5.2.1. Die nachschüssige konstante Rente	86
5.2.2. Die vorschüssige konstante Rente	91
5.3. Arithmetisch fortschreitende Rentenzahlungen	94
5.3.1. Nachschüssige arithmetisch fortschreitende Rentenzahlungen ...	94
5.3.2. Vorschüssige arithmetisch fortschreitende Rentenzahlungen	97
5.4. Geometrisch fortschreitende Rentenzahlungen	99
5.4.1. Nachschüssige geometrisch fortschreitende Rentenzahlungen.....	99
5.4.2. Vorschüssige geometrisch fortschreitende Rentenzahlungen	102
5.5. Allgemeine arithmetisch fortschreitende Rentenzahlungen	105
5.5.1. Nachschüssige Rentenzahlungen	105
5.5.2. Vorschüssige Rentenzahlungen	107
5.6. Allgemeine geometrisch fortschreitende Rentenzahlungen	107
5.6.1. Nachschüssige Rentenzahlungen	107
5.6.2. Vorschüssige Rentenzahlungen	109
5.7. Allgemeine geometrisch-arithmetisch fortschreitende Rentenzahlungen	110
5.7.1. Nachschüssige Rentenzahlungen	111
5.7.2. Vorschüssige Rentenzahlungen	113
5.8. Unterjährige Rentenzahlungen	114

5.9. Zusammenstellung der wichtigsten nachschüssigen Renten (Zahlung zu den Zinsterminen)	117
5.10. BASIC-Programm für die Rentenrechnung	118
5.11. Aufgaben	121
Kapitel 6: Kurs- und Effektivzinsberechnung	124
6.1. Der Kurs einer Nullkupon-Anleihe (Zerobonds)	125
6.2. Der Kurs einer zeitlich befristeten oder ewigen nachschüssigen Jahresrente	127
6.3. Der Kurs einer Zinsanleihe (Zinsschuld)	129
6.3.1. Kurs einer Zinsanleihe mit jährlicher Zinszahlung ohne Aufgeld	129
6.3.2. Kurs einer Zinsanleihe bei unterjähriger Zinszahlung	133
6.3.3. Der Kurs einer ewigen Zinsanleihe bei unterjähriger Verzinsung	136
6.3.4. Kurs einer Zinsanleihe mit Tilgungsaufgeld	136
6.3.5. Zusammenstellung der Kursformeln bei Zinsanleihen	137
6.3.6. BASIC-Programm für Zinsanleihen	138
6.4. Der Kurs einer Ratenschuld	140
6.4.1. Der Kurs einer Ratenschuld bei jährlicher Tilgung ohne Aufgeld	140
6.4.2. Der Kurs einer Ratenschuld bei unterjähriger Verzinsung und jährlicher Tilgung	142
6.4.3. Der Kurs einer Ratenschuld bei unterjähriger Tilgung und jährlicher Verzinsung	144
6.4.3.1. Jährliche Verzinsung ohne Berücksichtigung der Unterjährigkeit der Tilgungen	144
6.4.3.2. Jährliche Verzinsung mit Berücksichtigung der unterjährigen Tilgungen	144
6.4.4. Der Kurs einer Ratenschuld bei unterjähriger Tilgung und Verzinsung zu den Tilgungsterminen	146
6.4.5. Der Kurs einer Ratenschuld mit Tilgungsgeld	147
6.4.6. Der Kurs einer Ratenschuld bei aufgeschobener Tilgung	148
6.4.7. Zusammenstellung des Kurses einer Ratenschuld	149
6.4.8. BASIC-Programm für Ratenschulden	151
6.5. Kurs und Effektivverzinsung von Annuitätenschulden	154
6.5.1. Kurs einer jährlichen Annuitätenschuld ohne Aufgeld und ohne Rest	154
6.5.2. Kurs bei Jahresannuitäten mit Rest	161
6.5.3. Kurs bei unterjährigen Annuitätenzahlungen	163
6.5.3.1. Keine Berücksichtigung der Unterjährigkeit der Tilgung bei der Verzinsung des Nominalkapitals	164
6.5.3.2. Berücksichtigung der Unterjährigkeit der Tilgungen bei der Verzinsung des Nominalkapitals	164
6.5.4. Annuitätenzahlungen mit Tilgungsaufgeld	165
6.5.4.1. Tilgungsaufgelder bei jährlichen Annuitätenzahlungen ohne Restannuität	166
6.5.4.2. Tilgungsaufgelder bei jährlichen Annuitätenzahlungen mit einer Restannuität	167
6.5.4.3. Tilgungsaufgelder bei beliebigen Annuitätenschulden	170

6.5.5. Kurs einer Annuitätenschuld bei aufgeschobener Tilgung	170
6.5.6. Zusammenstellung der Kurse bei Annuitätenschulden	172
6.5.7. BASIC-Programm bei Annuitätenschulden	173
6.6. Umrechnung von allgemeinen Anleihen in Zinsanleihen - die mittlere Laufzeit einer Anleihe	177
6.6.1. Jährliche Ratenschuld-Zinsanleihe	178
6.6.2. Jährliche Annuitätenanleihe - Zinsanleihe	182
6.7. Aufgaben	183
Kapitel 7: Grundbegriffe der Versicherungsmathematik	187
7.1. Die Sterbetafeln	187
7.2. Die Lebenserwartung (mittlere Lebensdauer).	189
7.3. Leibrenten	190
7.4. Lebensversicherungen	193
7.4.1. Einmalige Prämienzahlung	193
7.4.2. Jährliche befristete Prämienzahlungen	195
Lösungen der Aufgaben	196
Anhang	216
Literaturverzeichnis	220
Sachverzeichnis	221