

Georges Glaeser (Hrsg.)

# **Didaktik mathematischer Probleme und Aufgaben**

Mit 162 Bildern

**V**

Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig/Wiesbaden

# Inhalt

1	Didaktik mathematischer Probleme und Aufgaben	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Erschließungsaufgaben	5
1.3	Probleme (Kleine Forschungsaufgaben)	9
1.4	Übungsaufgaben	16
1.5	Aufgaben zur Schulung der Präzision	21
1.6	Konkrete Handlungen — Handlungen mit konkretem Material	28
1.6.1	Mathematik als beobachtende und experimentelle Wissenschaft	28
1.6.2	Drei Stufen der Erkenntnis	28
1.6.3	Verschiedene, durch konkrete Handlungen angestrebte pädagogische Ziele	33
1.6.4	Der pädagogische Status konkreter Materialien	35
1.6.5	Lernspiele	36
1.7	Anwendungen der Mathematik	39
1.7.1	Didaktische Motivation mathematischer Anwendungen	40
1.7.2	Das Aufstellen von Gleichungen	44
1.7.3	Das Mathematisieren	46
1.7.4	Pädagogik der fiktiven Situationen	50
1.8	Tests	54
1.8.1	Die Selbstkontrolle	54
1.8.2	Der unmittelbare feed-back	55
1.8.3	Prüfungen mit sozialen Sanktionen	56
1.8.4	Allgemeine Prinzipien für die Vorbereitung von Prüfungen	57
1.8.5	Benotung	63
1.8.6	Forschungsthemen	65
	Bibliographie	66
	Zusätzliche Literatur	68
2	Probleme und Aufgaben zur Parität	70
2.1	Einleitung	70
2.2	Aufgaben	70
2.2.1	Gerade und ungeradere Zahlen	71
2.2.2	Probleme über das Händeschütteln	73
2.2.3	Färbungsprobleme mit 2 Farben	74

2.2.4	Zerlegung von Polygonen in Parallelogramme. . . . .	74
2.2.5	Das Barmixer-Problem. . . . .	75
2.2.6	Spiel mit drei Münzen. . . . .	75
2.2.7	Problem. . . . .	76
2.2.8	Dominoprobleme. . . . .	76
2.2.9	Katz und Maus. . . . .	78
2.2.10	Kauderwelsch. . . . .	78
2.2.11	Das Vorzeichen von Permutationen. . . . .	78
2.2.12	Das Hutmacherproblem. . . . .	82
2.2.13	Schach und Parität. . . . .	82
2.2.14	Das Schachbrett. . . . .	83
2.2.15	Das Springer-Problem. . . . .	85
2.2.16	Das Damespiel. . . . .	87
2.2.17	Noch einmal Schach. . . . .	88
2.2.18	Färbung von Landkarten mit zwei Farben. . . . .	90
2.2.19	Figuren, die sich in einem Zug zeichnen lassen. . . . .	92
2.2.20	Punkte, Strecken, Dreiecke, Zahnräder. . . . .	94
2.3	Lösungen. . . . .	96
2.4	Nachwort. . . . .	103
	Bibliographie. . . . .	103
	Probleme und Aufgaben zur Inzidenzgeometrie. . . . .	104
3.1	Einleitung — Die Inzidenzgeometrie im Dienste einer fortschrittlichen polykonkreten Didaktik. . . . .	104
3.2	Inzidenzstruktur. . . . .	106
3.2.1	Relationen — einmal anders. . . . .	107
3.2.2	Einige theoretische Begriffe. . . . .	114
3.3	Erste mathematische Gehversuche. . . . .	118
3.3.1	Spiel mit Plättchen. . . . .	118
3.3.2	Spiel mit Buchstaben. . . . .	128
3.3.3	Die U-Bahn. . . . .	130
3.3.4	Das Mühlespiel. . . . .	134
3.4	Das Erwachen deduktiver Argumentation. . . . .	137
3.4.1	Logisches Denken: Vollständige Aufzählungen. . . . .	138
3.4.2	Semireguläre und reguläre Konfigurationen. . . . .	142
3.4.3	Der schöpferische Einfall. . . . .	144
3.4.4	Beweis und Überzeugung. . . . .	146
3.5	Minigeometrie. . . . .	149
3.5.1	Projektive Ebenen. . . . .	149
3.5.2	affine Inzidenzebenen. . . . .	157
3.6	Die Verwendung von Koordinaten. . . . .	169
3.6.1	Die affine Ebene. . . . .	169

3.6.2	Andere endliche affine Geometrien. . . . .	174
3.6.3	Die Pappus-Konfiguration. . . . .	177
3.6.4	Der Satz von Desargues. . . . .	181
3.7	Inzidenzstrukturen über unendlichen Körpern. . . . .	187
3.7.1	$A_R$ und $A_C$ . . . . .	187
3.7.2	Affine Inzidenzstruktur und affine R-Struktur. . . . .	189
3.7.3	Inzidenzgeometrie auf Zylinder und Kugel. . . . .	190
3.7.4	Nichteuklidische Inzidenzgeometrie. . . . .	193
3.7.5	Nicht-Desarguesche Geometrien. . . . .	195
3.8	Lösungen. . . . .	200
	Bibliographie. . . . .	213