

Der Ingenieurbau

■ Rechnerorientierte Baumechanik

Ernst & Sohn
Verlag
Leipzig
1980

■ Ernst & Sohn

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Verzeichnis der Verfasser

Flächentragwerke

1	Einleitung	1
2	Scheiben	3
2.1	Vorbemerkungen	3
2.2	Der ebene Spannungszustand	4
2.3	Der ebene Verzerrungszustand	6
2.4	Die Verträglichkeitsbedingung	8
2.5	Die Airysche Spannungsfunktion	9
2.6	Der Verschiebungszustand	10
2.7	Die Randbedingungen	11
2.8	Die verallgemeinerten Navierschen Bewegungsgleichungen	15
2.9	Die strenge Lösung ausgewählter Scheibenprobleme	16
2.9.1	Spannungsfunktion als Unbekannte	16
2.9.2	Verschiebungen als Unbekannte	34
3	Platten	45
3.1	Vorbemerkungen	45
3.2	Theorie der schubstarrten Platte	46
3.2.1	Lineare Theorie: Plattengleichung	46
3.2.2	Die Randbedingungen	51
3.2.3	Die strenge Lösung ausgewählter Plattenprobleme	53
3.2.4	Geometrisch nichtlineare Theorie: Feldgleichungen	73
3.2.5	Plattenbiegung bei Belastung sowohl normal als auch parallel zur Plattenmittelebene	77
3.2.6	Stabilitätsverlust	80
3.3	Lineare Theorie der schubnachgiebigen Platte	82
4	Schalen	89
4.1	Vorbemerkungen	89
4.2	Grundlagen der Flächentheorie	91
4.3	Konsistente erste Approximation einer allgemeinen linearen Theorie dünner, schubstarrer Schalen	98
4.4	Die geometrischen Beziehungen	100
4.5	Die konstitutiven Beziehungen	102
4.6	Die Gleichgewichtsbedingungen	106
4.7	Die Randbedingungen	108
4.8	Die Theorie flacher Schalen	108
4.9	Die Membrantheorie	109
4.10	Membrantheorie der Rotationsschalen	110
4.10.1	Rotationsschalen	110
4.10.2	Rotationssymmetrische Belastung	111
4.10.3	Allgemeine Belastung	121

4.11	Biegetheorie der Rotationsschalen unter rotationssymmetrischer Belastung	125
4.11.1	Rotationsschalen unter rotationssymmetrischer Belastung	125
4.11.2	Näherungsweise Integration der Differentialgleichungen der Biegetheorie für Kugelschalen unter rotationssymmetrischer Belastung	126
5	Literatur	138

Die Methode der Finiten Elemente

1	Einleitung	141
2	Entwicklungstendenzen	142
2.1	Historischer Abriß	142
2.2	Stand und weitere Entwicklung	143
3	Darstellung der Methode und Rechengang	144
4	Grundlagen	152
4.1	Arbeit, Potential und Prinzip vom stationären Wert des Gesamtpotentials	153
4.2	Prinzip der virtuellen Arbeiten (virtuellen Verrückungen)	158
4.3	Bereichsweise Ansätze: Finite-Element-Methode	159
4.4	Varianten der Methode	161
5	Elementformulierung	165
5.1	Eindimensionale Elemente	165
5.2	Scheibenelemente	165
5.2.1	Rechteckelement mit linearen Ansätzen	165
5.2.2	Dreieckselemente	171
5.2.3	Höhere Ansätze	173
5.2.4	Isoparametrische Scheibenelemente	175
5.2.5	Zur numerischen Integration	178
5.3	Plattenelemente	180
5.3.1	Viereckelement (Reissner-Mindlin-Theorie) mit reduzierter Integration (SRI)	181
5.3.2	Viereckelemente (Kirchhoff-Theorie)	187
5.3.3	Dreieckselemente (Kirchhoff-Theorie)	190
5.4	Schalenelemente	194
5.4.1	Facetten-Approximation der Geometrie	195
5.4.2	Gekrümmte Elemente	197
5.4.3	„Degenerierte“ Schalenelemente	198
5.4.4	Spezialelemente für Rotationsschalen	200
5.4.5	Kontinuumselemente	208
6	Aufbau des Gesamtsystems	210
6.1	Transformation	210
6.2	Assemblierung	211
6.3	Randbedingungen	213
7	Lösung der Systemgleichungen	216
7.1	Substrukturtechnik	216
7.2	Bandstruktur und Speichertechnik	219
7.3	Lösungsalgorithmen für lineare Gleichungssysteme	221
7.3.1	Direkte Verfahren	221
7.3.2	Frontlöser	223
7.3.3	Iterative Verfahren	224
7.4	Bandbreitenoptimierung	226
8	Nichtlineare Probleme	227

8.1	Grundlagen, Formulierungen	228
8.2	Nichtlineare Lösungsverfahren	233
8.3	Stabilität	235
9	Dynamik	239
9.1	Grundlagen	239
9.2	Methoden der direkten Integration	240
9.3	Modale Verfahren	242
9.4	Eigenwertanalyse	244
10	Literatur	246

Die Methode der Randelemente

1	Einleitung	249
1.1	Der Satz von Betti	252
2	Integraldarstellungen	257
3	Scheibentragwerke und elastische Körper	263
3.1	Die indirekte Methode	270
3.2	Nichtlineare Probleme	272
4	Platten	273
4.1	Elastische Bettung	278
5	Dynamische Probleme	279
5.1	Faltungsgintegrale	280
5.2	Wellenausbreitung	281
6	Finite Elemente – Randelemente	283
6.1	Vergleich der beiden Methoden	283
6.2	Kopplung der beiden Methoden	286
7	Literatur	288
7.1	Bibliographie	290

Anwendung der Finite Elemente Methode im Stahlbetonbau

1	Einführung	293
1.1	Allgemeine Betrachtungen	293
1.2	Grundlagen der FEM	294
1.3	Idealisierung von Stahlbetonstrukturen durch Finite Elemente	297
2	Bewehrung	298
2.1	Experimentelle Ergebnisse	298
2.2	Modellierung des einaxialen Verhaltens	299
2.3	Modellierung der Bewehrung für Finite Elemente Berechnungen	302
3	Beton	303
3.1	Einleitung	303
3.2	Experimentelle Ergebnisse	304
3.2.1	Einaxiales Verhalten	304
3.2.2	Zweiaxiales Verhalten	307
3.2.3	Dreiaxiales Verhalten	312
3.3	Versagenstheorien	313
3.3.1	Geometrische Beschreibung der Bruchumhüllenden	313
3.3.2	Ein-Parameter-Modelle	315

3.3.2.1	Versagenstheorie nach Rankine	315
3.3.2.2	Fließbedingungen nach Tresca und von Mises	317
3.3.3	Zwei-Parameter-Modelle	318
3.3.3.1	Fließbedingung nach Mohr-Coulomb	318
3.3.3.2	Fließbedingungen nach Drucker-Prager	320
3.3.4	Modelle mit drei bis fünf Parametern	322
3.4	Werkstoffmodelle	322
3.4.1	Allgemeines	322
3.4.2	Nichtlinear elastische Werkstoffmodelle	322
3.4.2.1	Klassifizierung der Modelle	322
3.4.2.2	Isotropes Modell für Beton unter zweiachialer Druckbelastung	323
3.4.2.3	Orthotropes Modell für Beton unter zweiachialer Druckbelastung	326
3.4.3	Plastizitätsmodelle	328
3.4.3.1	Grundlagen der Plastizitätstheorie	328
3.4.3.2	Elastisch-plastisches Modell für Beton unter zweiachialer Druckbelastung	332
3.4.4	Anwendung der Werkstoffmodelle zur wirklichkeitsnahen Beschreibung des Materialverhaltens des Betons	335
4	Verbund zwischen Bewehrung und Beton	337
4.1	Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen	337
4.2	Finite Elemente für Verbundberechnungen	339
4.2.1	Bond-Link-Element	339
4.2.2	Isoparametrische Verbundelemente	342
4.2.3	Energievergleich zwischen Bond-Link-Element und isoparametrischen Verbundelementen	348
5	Kraftübertragung über Risse	350
5.1	Einleitung	350
5.2	Übertragungsmechanismen	352
5.2.1	Verzahnungswirkung der Rißufer	352
5.2.2	Verdübelungswirkung der Bewehrung	354
5.3	Schubtragverhalten bewehrter Risse	355
5.4	Steifigkeitsmatrizen für diskrete Risse	357
5.4.1	Mechanisches Ersatzmodell	357
5.4.2	Rißsteifigkeitsmatrix für unbewehrte Risse	358
5.4.2.1	Risse unter reiner Schubbeanspruchung	358
5.4.2.2	Risse bei Beanspruchung durch Schub- und Normalspannung	359
5.4.3	Rißsteifigkeitsmatrix für bewehrte Risse	360
5.5	Schubsteifigkeit bei verschmierter Rißbildung	361
6	Berechnung von Stahlbetonflächentragwerken	365
6.1	Einleitung	365
6.2	Materialverhalten des Verbundwerkstoffes Stahlbeton	366
6.2.1	Ungerissener Beton und Erfassung der Rißbildung	366
6.2.2	Gerissener Beton	367
6.2.2.1	Mitwirkung des Betons nach der Rißbildung	367
6.2.2.2	Abminderung der Betondruckfestigkeit infolge gleichzeitig auftretender Querzugbeanspruchung	370
6.2.2.3	Änderung der Hauptdehnungsrichtung	372
6.3	Berechnung von Stahlbetonscheiben	372
6.3.1	Gleichgewichtsbedingungen für ein Scheibenelement mit Rissen	372
6.3.2	Iterativer Algorithmus zur Bestimmung des Spannungszustandes in einem Scheibenelement	375

6.3.3	Berechnung einer schubbeanspruchten Stahlbetonscheibe	377
6.4	Berechnung von Stahlbetonplatten und Stahlbetonschalen	380
6.4.1	Geschichtetes Flächentragwerkselement	380
6.4.1.1	Betonschichten	384
6.4.1.2	Stahlschichten	385
6.4.2	Iterativer Algorithmus zur Berechnung von Flächentragwerkselementen	386
6.4.3	Berechnung von Platten unter Drillmomentenbeanspruchungen	387
6.4.4	Berechnung eines Flächentragwerkselements unter kombinierter Normalkraft- und Biegemomentenbeanspruchung	392
7	Ausgewählte Beispiele zur Anwendung der FEM im Stahlbetonbau	392
7.1	Endverankerung mit Haken	392
7.2	Verankerungsbereich von Spannbeton-Hohlplatten	395
7.2.1	Einleitung	395
7.2.2	Zweidimensionale FE-Berechnung	395
7.2.3	Dreidimensionale FE-Berechnung	399
7.3	Berechnung einer freigeformten Modellschale aus Stahlbeton	401
7.3.1	Formfindung	401
7.3.2	Numerische Untersuchungen	402
8	Bezeichnungen	406
8.1	Formelzeichen	406
8.2	Indizes bzw. Kopfzeiger	407
9	Anhang	408
10	Literatur	423

Numerische Probleme bei nichtlinearem Tragwerksverhalten

1	Einleitung	427
2	Geometrisch nichtlineares Verhalten	428
2.1	Einfache Stabmodelle	429
2.2	Spannungs- und Verzerrungsdefinitionen für Kontinua	437
2.3	Geometrisch nichtlineare Analyse von Kontinua	439
2.4	Finite Elemente und numerische Quadratur	442
2.5	Berechnung der Knicklast als lineares Eigenwertproblem	444
3	Physikalisch nichtlineares Verhalten	445
3.1	Nichtlineare Elastizität	446
3.2	Plastizität	448
3.2.1	Grundlagen der Theorie	449
3.2.2	Plastizität von Stahl	454
3.2.3	Plastizität von Sand, Ton, Fels und Beton	456
3.3	Rißbildung	458
3.3.1	Das verschmierte Rißkonzept	459
3.3.2	Bewehrung und Tension-stiffening	460
3.3.3	Fortgeschrittene verschmierte Rißmodelle	462
4	Lösung der nichtlinearen Gleichungssysteme	463
4.1	Inkrementelle, iterative und kombinierte Lösungsmethoden	463
4.2	Kraft- und verschiebungsgesteuerte Verfahren	466
4.3	Methode der konstanten Bogenlänge	468
4.4	Newton-Raphson- und BFGS-Verfahren	470

4.5	Vergleichende Bemerkungen	472
4.6	Konvergenzkriterien	474
5	Praktische Durchführung nichtlinearer Berechnungen	475
5.1	Allgemeine Voraussetzungen	475
5.2	Erstellung von mathematischen Modellen von Strukturen	476
5.3	Vorarbeiten	478
5.4	Überprüfung der Ergebnisse	480
5.5	Beispiel	482
6	Literatur	487

Stichwortverzeichnis	489
---------------------------------------	------------