


Eckhard Rebhan

Theoretische Physik

Band 1

Mechanik, Elektrodynamik, Spezielle und
Allgemeine Relativitätstheorie, Kosmologie

Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg · Berlin



Kurzinhaltsverzeichnis

Anmerkungen zur Theoretischen Physik	1
I Mechanik	7
1 Vorbemerkungen zur Mechanik	9
2 Newtons Grundgesetze der Mechanik	11
3 Folgerungen aus den Grundgesetzen	46
4 Anwendungen der Newtonschen Mechanik	73
5 Lagrangesche Mechanik	128
6 Starre Körper	201
7 Hamiltonsche Theorie	243
8 Theorie von Hamilton und Jacobi	278
9 Nicht-integrable Hamiltonsche Systeme und deterministisches Chaos	314
II Elektrodynamik	369
10 Einleitung zur Elektrodynamik	371
11 Mathematische Vorbereitung	374
12 Maxwell-Gleichungen	414
13 Elektrostatik	481
14 Magnetostatik	581
15 Stromkreise mit stationären und zeitlich veränderlichen Strömen	626
16 Theorie zeitlich schnell veränderlicher elektromagnetischer Felder	662
III Spezielle Relativitätstheorie	741
17 Einführung in die SRT	743
18 Entwicklung und Grundprinzipien der SRT	744
19 Relativistische Kinematik	758
20 Relativistische Mechanik	812

21	Relativistische Formulierung der Elektrodynamik	857
22	Beschleunigte Bezugssysteme in der SRT	893
IV	Allgemeine Relativitätstheorie	895
23	Einführung in die ART	897
24	Geometrische und physikalische Grundlagen der ART	901
25	Mathematische Grundlagen der ART	935
26	Physikalische Grundgesetze in der ART	975
27	Einfache Anwendungen der ART	1012
28	Linearisierte Feldgleichungen und Gravitationswellen	1042
29	Radialsymmetrische Lösungen der Feldgleichungen mit Materie	1051
V	Kosmologie	1069
30	Einführung	1071
31	Newton- und SRT-Kosmologie	1087
32	Mathematische Grundlagen der ART-Kosmologie	1100
33	Kosmographie	1122
34	Dynamik des kosmischen Substrats	1137
35	ART-Universen	1146
36	Unser Universum	1178
	Sachregister	1201

Inhaltsverzeichnis

Anmerkungen zur Theoretischen Physik	1
I Mechanik	7
1 Vorbemerkungen zur Mechanik	9
2 Newtons Grundgesetze der Mechanik	11
2.1 Grundannahmen und Vorbetrachtungen	11
2.1.1 Absoluter Raum	11
2.1.2 Absolute Zeit	12
2.1.3 Wichtige Idealisierungen der klassischen Mechanik	12
2.1.4 Kinematische Vorbetrachtungen	13
2.1.5 Galilei-Transformation	17
2.1.6 Bahncharakterisierung durch Differentialgleichungen	19
2.2 Newtonsche Bewegungsgesetze	21
2.2.1 Newtons vier Grundgesetze	22
2.2.2 Diskussion der Grundgesetze	23
2.3 Newtons Grundgesetze der Gravitation	32
2.3.1 Schwerkraft und schwere Masse	32
2.3.2 Schwerefeld und Newtonsches Gravitationsgesetz	33
2.3.3 Newtonsche Feldgleichung für das Schwerefeld	34
2.3.4 Gravitationsfeld einer homogenen Kugel	36
2.4 Äquivalenz von träger und schwerer Masse	38
2.5 Schlußbemerkung und Ausblick	40
Aufgaben	41
3 Folgerungen aus den Grundgesetzen	46
3.1 Einzelner Massenpunkt	46
3.1.1 Arbeit	46
3.1.2 Kinetische Energie und Energiesatz	47
3.1.3 Potential und Energieerhaltung in konservativen Kraftfeldern	47
3.1.4 Eigenschaften konservativer Kraftfelder	49
3.1.5 Drehimpuls, Drehmoment und Drehimpulssatz	50
3.2 Systeme freier Massenpunkte	51
3.2.1 Definition von Bewegungsgrößen	52
3.2.2 Impulssatz und Impulserhaltung	54
3.2.3 Drehimpulssatz und Drehimpulserhaltung	55

3.2.4	Energiesatz und Energieerhaltung	57
3.2.5	Konfigurationsraum	59
3.2.6	Integrationsproblem für N Punktmassen	60
3.3	Newtonsche Mechanik in rotierenden Bezugssystemen	62
3.3.1	Mathematische Beschreibung rotierender Systeme	63
3.3.2	Transformation der Bewegungsgleichungen	64
	Aufgaben	67
4	Anwendungen der Newtonschen Mechanik	73
4.1	Einzelner Massenpunkt	73
4.1.1	Eindimensionale Bewegung ohne Reibung	73
4.1.2	Linear gedämpfter harmonischer Oszillator	78
4.1.3	Erzwungene Schwingungen des gedämpften harmonischen Oszillators	80
4.1.4	Phasenebene der eindimensionalen Bewegung	82
4.1.5	Bewegung eines Massenpunktes im Zentralfeld	86
Exkurs 4.1:	Potentiale mit ausschließlich geschlossenen Bahnen	91
4.1.6	Kepler-Problem	94
4.1.7	Rutherfordsche Streuformel	100
Exkurs 4.2:	Inverses Streuproblem	106
4.2	Systeme mehrerer Massenpunkte	108
4.2.1	Zwei-Körper-Problem	108
4.2.2	Restringiertes Drei-Körper-Problem	114
4.2.3	Spezielle Lösungen des Drei-Körper-Problems	115
4.2.4	Lösung des Drei-Körper-Problems durch Reihenentwicklung	118
	Aufgaben	119
5	Lagrangesche Mechanik	128
5.1	Zwangsbedingungen	128
5.1.1	Klassifizierung der Zwangsbedingungen	131
5.2	Dynamik von Massenpunkten unter Zwangsbedingungen	134
5.2.1	Einzelner Massenpunkt	134
5.2.2	System mehrerer Massenpunkte	139
5.3	Virtuelle Verrückungen	140
5.4	D'Alembertsches Prinzip	142
5.4.1	Lagrange-Gleichungen erster Art für Systeme von Massenpunkten	143
5.4.2	Arbeitsleistung der Zwangskräfte	146
Exkurs 5.1:	Ableitung des d'Alembertschen Prinzips	147
5.5	Prinzip der virtuellen Arbeit	150
5.6	Generalisierte Koordinaten	152
5.6.1	Ein Massenpunkt unter holonomen Zwangsbedingungen	153
5.6.2	System von Massenpunkten unter holonomen Zwangsbedingungen	153
5.7	D'Alembertsches Prinzip in generalisierten Koordinaten	157
5.8	Bewegungsgleichungen in generalisierten Koordinaten	161

5.8.1	Holonome Zwangsbedingungen und Lagrange-Gleichungen zweiter Art	161
5.8.2	Nachträgliche Berechnung der Zwangskräfte	166
5.8.3	Lagrange-Gleichungen gemischten Typs	167
5.9	Generalisierte Koordinaten für starre Körper	168
5.9.1	Einzelner starrer Körper	169
5.9.2	Starre Körper unter äußeren Zwangsbedingungen	170
5.10	Reibungskräfte	172
5.10.1	Berührungskräfte	172
5.10.2	Reibungskräfte im Rahmen der Lagrangeschen Mechanik	175
5.11	Integrationsproblem für Lagrangesche Systeme	177
5.12	Erhaltungssätze der Lagrangeschen Mechanik	177
5.12.1	Erhaltungssätze bei zyklischen Variablen	177
5.12.2	Verallgemeinerter Energiesatz	178
5.12.3	Zusammenhang mit den Erhaltungssätzen der Newton-Mechanik	179
5.13	Symmetrien und Erhaltungssätze	182
5.13.1	Homogenität und Isotropie in Raum und Zeit	182
5.13.2	Noether-Theorem	184
5.14	Zeitisotropie und mechanische Reversibilität	186
5.15	Mechanische Ähnlichkeit	187
5.16	Virialsatz	189
	Aufgaben	191
6	Starre Körper	201
6.1	Kinematik des freien starren Körpers	201
6.2	Trägheitstensor, Trägheitsmoment und Trägheitsellipsoid	203
6.2.1	Kinetische Energie	203
6.2.2	Trägheitstensor	204
6.2.3	Drehimpuls	205
6.2.4	Hauptachsentransformation	205
6.2.5	Trägheitsmomente	206
6.2.6	Trägheitsellipsoid	207
6.2.7	Rotation um den Schwerpunkt	208
6.2.8	Kreisel	209
6.3	Statik des starren Körpers	210
6.3.1	Gleichgewichtsbedingungen	210
6.3.2	Äquivalenz von Kräften	211
6.3.3	Zwangskräfte	213
6.4	Koordinatenfreie Form der Bewegungsgleichungen	213
6.5	Eulersche Kreiselgleichungen und Winkel	215
6.5.1	Berechnung des Rotationszustandes	215
6.5.2	Eulersche Winkel	216
6.6	Lagrangesche Bewegungsgleichungen zweiter Art	218
6.6.1	Freier starrer Körper	218
6.6.2	In einem Punkt festgehaltener starrer Körper	220
6.7	Integration der Bewegungsgleichungen in speziellen Fällen	221

6.7.1	Kräftefreier Kreisel	221
6.7.2	Kreisel unter Einwirkung äußerer Kräfte	229
	Aufgaben	236
7	Hamiltonsche Theorie	243
7.1	Hamiltonsche Bewegungsgleichungen	243
7.2	Zyklische Variablen und Erhaltungssätze	248
7.3	Variationsprinzipien	250
7.3.1	Euler-Gleichungen der Variationsrechnung	251
7.3.2	Hamiltonsches Prinzip	254
7.3.3	Variationsprinzip der Hamiltonschen Gleichungen	254
7.3.4	Variationsprinzip von Maupertuis	255
7.4	Kanonische Transformationen	257
7.4.1	Punkttransformationen	258
7.4.2	Erzeugende Gleichung kanonischer Transformationen	259
7.4.3	Spezielle erzeugende Funktionen und kanonische Transfor- mationen	261
7.5	Poisson-Klammern	263
7.6	Pseudo-kanonische Transformationen	266
	Exkurs 7.1: Symplektische Formulierung der Mechanik	269
	Aufgaben	272
8	Theorie von Hamilton und Jacobi	278
8.1	Hamilton-Jacobi-Gleichung und Satz von Jacobi	278
8.2	Reduzierte Hamilton-Jacobi-Gleichung	280
8.3	Erweiterung und Reduktion des Phasenraums	282
8.3.1	Erweiterung des Phasenraums	282
8.3.2	Reduktion des Phasenraums	283
8.4	Separation der Variablen	284
8.5	Wirkungs- und Winkelvariablen	289
8.5.1	Systeme mit einem Freiheitsgrad	289
8.5.2	Systeme mit mehreren Freiheitsgraden	293
8.6	Satz von Liouville für integrable Systeme	298
8.7	Phasenraumtrajektorien integrierbarer Systeme	303
8.8	Adiabatische Invarianten	305
	Aufgaben	310
9	Nicht-integriable Hamiltonsche Systeme und deterministisches Chaos	314
9.1	Klassische Störungsrechnung	315
9.2	Störung quasi-periodischer Trajektorien: KAM-Theorem	319
9.3	Poincaré-Abbildung	323
9.4	Störung periodischer Trajektorien	325
9.4.1	Fixpunktsatz von Poincaré und Birkhoff	325
9.4.2	Stabilität überlebender Fixpunkte	327
9.4.3	Hyperbolische Fixpunkte und homokline Punkte	330
9.5	Melnikov-Funktion und Existenz homokliner Punkte	337

9.6	Bäcker-Transformation, Bernoulli-Verschiebung und Chaos	343
9.7	Hufeisen-Abbildung	349
9.8	Hufeisenartige Abbildung im homoklinen Gewirr	353
9.9	Liapunov-Exponenten	354
9.10	Chaos und Nicht-Integrabilität	360
9.11	Zunehmendes Chaos am Beispiel der Schaukel	360
9.12	Numerische Berechnungen chaotischer Orbits	364
	Aufgaben	368
II	Elektrodynamik	369
10	Einleitung zur Elektrodynamik	371
11	Mathematische Vorbereitung	374
11.1	Physikalische Felder, Feldlinien und Flußröhren	374
11.2	Grundlagen aus der Vektoranalysis	376
	11.2.1 Definitionen	376
	11.2.2 Anwendungsbeispiele	379
	11.2.3 Rechenregeln	380
11.3	Integralsätze	382
	11.3.1 Gaußscher und Stokesscher Satz	382
	11.3.2 Varianten der Integralsätze von Gauß und Stokes	384
	11.3.3 Greenscher Satz	386
11.4	Darstellung wirbelfreier und quellenfreier Felder	386
	11.4.1 Allgemeinste Lösung der Gleichung $\text{rot } \mathbf{v} = 0$	386
	11.4.2 Allgemeinste Lösung der Gleichung $\text{div } \mathbf{v} = 0$	387
11.5	Delta-Funktion	388
	11.5.1 Delta-Funktion in einer Raumdimension	388
	11.5.2 Delta-Funktion in drei Raumdimensionen	393
11.6	Lösungen der Poisson-Gleichung	395
	11.6.1 Skalare Poisson-Gleichung	395
	11.6.2 Vektorielle Poisson-Gleichung	399
11.7	Mittelwertsatz der Potentialtheorie	400
11.8	Fundamentalsatz der Vektoranalysis	401
	11.8.1 Vorbetrachtungen für Vektorfelder ohne Sprungstellen	401
	11.8.2 Fundamentalsatz für Vektorfelder ohne Sprungstellen	402
	11.8.3 Potentiale mit Flächendichten	404
	11.8.4 Vorbetrachtungen für Vektorfelder mit Sprungstellen	406
	11.8.5 Fundamentalsatz für Vektorfelder mit Sprungstellen	407
	Aufgaben	410
12	Maxwell-Gleichungen	414
12.1	Ladungen, Kräfte und statische elektrische Felder	415
	12.1.1 Ladung und Ladungserhaltung	415
	12.1.2 Coulomb-Gesetz	417

12.1.3	Superpositionsprinzip	419
12.1.4	Elektrisches Feld	420
12.1.5	Maxwell-Gleichungen der Elektrostatik	422
12.1.6	Kraftdichte und Gesamtkraft	426
12.1.7	Zur Exaktheit des Coulomb-Gesetzes	427
12.1.8	Zur Exaktheit des Superpositionsprinzips	429
12.2	Ströme, Kräfte und statische Magnetfelder	431
12.2.1	Ladungserhaltung, Stromdichte und Gesamtstrom	431
12.2.2	Stationäre Stromdichte, Gesamtstrom und Linienströme	433
12.2.3	Ohmsches Gesetz – lokale Form	435
12.2.4	Kraftwirkung stationärer Ströme und Biot-Savart-Gesetz	436
12.2.5	Lorentz-Kraft	442
12.2.6	Magnetfeld einer bewegten Punktladung	444
12.2.7	Wechselwirkungskraft zwischen bewegten Punktladungen	445
12.2.8	Zur Exaktheit des Lorentzischen Kraftgesetzes	445
12.2.9	ϵ_0 , μ_0 und Lichtgeschwindigkeit	446
12.2.10	Maxwell-Gleichungen der Magnetostatik	446
12.3	Maxwell-Gleichungen für zeitabhängige Felder	447
12.3.1	Qualitative Vorbetrachtungen für zeitabhängige Felder	447
12.3.2	Transformation der Felder \mathbf{E} und \mathbf{B}	449
12.3.3	Faraday-Gesetz	451
12.3.4	Quellstärke zeitabhängiger Magnetfelder	455
12.3.5	Maxwellscher Verschiebungsstrom	456
12.3.6	Maxwell-Gleichungen	459
12.3.7	Gekoppelte Dynamik der Felder \mathbf{E} , \mathbf{B} und der Ladungsträger	461
12.3.8	Eigenschaften der Maxwell-Gleichungen	462
12.4	Zum Problem der magnetischen Ladung	466
12.4.1	Duale Transformation von \mathbf{E} und \mathbf{B}	467
12.4.2	Theorien zur Existenz von Monopolen	469
Exkurs 12.1:	Einheiten und Maßsysteme	472
Aufgaben	476
13	Elektrostatik	481
13.1	Energie eines Systems von Ladungen und Feldenergie	481
13.1.1	Potentielle Energie einer Punktladung im Potential ϕ	482
13.1.2	Elektrische Wechselwirkungsenergie von Punktladungen	482
13.1.3	Elektrische Feldenergie einer kontinuierlichen Ladungsverteilung	484
13.1.4	Feldenergie von Punktladungen	487
13.2	Feldberechnung bei gegebener Ladungsverteilung	488
13.2.1	Homogen geladene Kugel (Atomkern-Modell)	488
13.2.2	Mittelwert des elektrischen Feldes	489
13.2.3	Multipolentwicklung des Fernfeldes	490
13.2.4	Zur Ursprungsabhängigkeit der Näherungslösungen	496
13.3	Kraft, Drehmoment und Wechselwirkungsenergie	497
13.3.1	Multipolentwicklung der Wechselwirkungsenergie	497
13.3.2	Kraft und Drehmoment auf eine Ladungsverteilung $\lambda(\mathbf{r})$	498

13.4	Feldlinienstruktur elektrostatischer Felder	500
13.4.1	Reguläre Felder	501
13.4.2	Felder mit singulären Punkten	504
13.5	Elektrische Leiter in der Elektrostatik	506
13.5.1	Randbedingung auf Leiteroberflächen	507
13.5.2	Kapazitätskoeffizienten eines Leitersystems und Kapazität von Kondensatoren	509
13.5.3	Gesamtkraft auf einen Leiter	515
13.6	Elektrostatische Randwertprobleme	517
13.6.1	Drei Randwertprobleme der Potentialtheorie	517
13.6.2	Elektrostatik mit Randbedingungen auf Leitern	520
13.7	Lösungsmethoden bei Randwertproblemen	521
13.7.1	Methode der Spiegelladungen	521
13.7.2	Lösung von Randwertaufgaben mit Hilfe der Funktionentheorie	527
13.7.3	Methode der Greenschen Funktion	530
13.7.4	Separation der Laplace-Gleichung in Zylinderkoordinaten	535
Exkurs 13.1:	Eigenschaften der Zylinderfunktionen	537
Exkurs 13.2:	Fourier-Bessel-Reihen und Hankel-Transformation	540
Exkurs 13.3:	Greensche Funktion für Dirichlet-Randbedingungen auf einem Zylindermantel	542
13.8	Elektrostatische Felder in dielektrischer Materie	546
13.8.1	Zerlegung des Feldes in Isolatoren	547
13.8.2	Wirkung eines gegebenen Feldes E_m auf einzelne Atome bzw. Moleküle	548
13.8.3	Rückwirkung der Atome bzw. Moleküle auf das Feld	551
13.8.4	Elektrostatische Maxwell-Gleichungen im Dielektrikum	557
13.8.5	Berechnung der Dielektrizitätskonstanten ϵ	560
13.8.6	Randbedingungen und Brechung von Feldlinien	561
13.8.7	Randwertaufgaben in dielektrischer Materie	563
13.8.8	Kraftwirkung elektrischer Felder auf dielektrische Materie	565
13.8.9	Elektrische Feldenergie in dielektrischer Materie	567
13.8.10	Kelvins Theorem der minimalen Feldenergie	569
13.8.11	Energie eines Dielektrikums mit $D=\epsilon E$ in einem Vakuumfeld	570
13.8.12	Änderung der elektrischen Feldenergie und Kräfte	571
Aufgaben	574
14	Magnetostatik	581
14.1	Darstellungen des Magnetfelds	581
14.1.1	Vektorpotential A des Magnetfelds	582
14.1.2	Skalares magnetische Potential ϕ_m	586
14.1.3	Flußfunktionen	589
14.2	Fernfeld einer lokalisierten Stromverteilung	592
14.2.1	Mittelwert des Magnetfelds	593
14.2.2	Multipolentwicklung des Magnetfelds	593
14.3	Drehimpuls, Kraft, Drehmoment und Feldenergie	595
14.3.1	Magnetisches Moment und Drehimpuls	595

14.3.2	Kraft und Drehmoment auf eine lokalisierte Stromverteilung	596
14.3.3	Magnetische Feldenergie und Energiesatz	598
14.4	Feldlinienstruktur magnetostatischer Felder	602
14.4.1	Lokale Eigenschaften	602
14.4.2	Globale Eigenschaften	603
14.4.3	Hamiltonsche Form der Feldliniengleichungen	605
14.5	Induktionskoeffizienten eines Systems von Strömen	608
14.5.1	System kontinuierlicher Stromverteilungen	608
14.5.2	System von Linienströmen in dünnen Leitern	609
14.6	Wechselwirkungsenergie und Kräfte	610
14.7	Supraleiter	612
14.8	Magnetfeld in Materie	614
14.8.1	Magnetostatische Maxwell-Gleichungen	614
14.8.2	Randbedingungen und Brechung von Feldlinien	617
14.8.3	Randwertprobleme in magnetisierbarer Materie	618
	Aufgaben	620
15	Stromkreise mit stationären und zeitlich veränderlichen Strömen	626
15.1	Stationäre Ströme	626
15.1.1	Elektromotorische Kräfte	628
15.1.2	Stromverteilung in Leitern	630
15.1.3	Energieabgabe der Spannungsquelle	631
15.1.4	Integrales Ohmsches Gesetz	632
15.2	Langsam veränderliche Ströme	633
15.2.1	Vernachlässigung des Verschiebungsstromes	634
15.2.2	Elemente von Wechselstromkreisen	637
15.2.3	Stromkreis-Gleichung für dünne Leiter	642
15.2.4	Freie und erzwungene Schwingungen	644
15.2.5	Induktive Kopplung	644
15.2.6	Komplexe Schreibweise	645
15.3	Skin-Effekt	646
	Exkurs 15.1: Stromkreis-Gleichung für allseits ausgedehnte Leiter	651
	Aufgaben	657
16	Theorie zeitlich schnell veränderlicher elektromagnetischer Felder	662
16.1	Potentiale der Felder E und B	663
16.1.1	Coulomb-Eichung	664
16.1.2	Lorentz-Eichung	666
16.2	Wellengleichung und Lösung des Anfangswertproblems	667
16.3	Retardierte Potentiale	675
16.4	Elektromagnetisches Feld einer bewegten Punktladung	676
16.5	Bemerkung zur Feldlinienstruktur	681
16.6	Elektromagnetische Wellen	682
16.6.1	Feld periodisch oszillierender Ladungen	682
16.6.2	Exaktes Feld eines oszillierenden infinitesimalen Dipols	687
16.6.3	Ebene Wellen	689

16.7	TE- und TM-Wellen	694
16.7.1	Wellen in Leitern	696
16.7.2	Wellen in zylindrischen Hohlleitern	700
16.8	Zeitabhängige elektromagnetische Felder in Materie	709
16.8.1	Makroskopische Maxwell-Gleichungen in Materie	710
16.8.2	Frequenzabhängigkeit von ϵ und μ	712
16.8.3	Phasengeschwindigkeit, Gruppengeschwindigkeit und Überlichtgeschwindigkeit	712
16.8.4	Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit in Metallen	716
16.8.5	Randbedingungen an Grenzflächen	717
16.9	Energiesatz der Elektrodynamik	718
16.9.1	Ableitung des Energiesatzes	718
16.9.2	Physikalische Interpretation und alternative Energiesätze	720
16.9.3	Strahlungsdämpfung	724
16.10	Feldimpuls und Strahlungsdruck	726
16.10.1	Feldimpuls	726
16.10.2	Strahlungsdruck	731
	Aufgaben	733
 III Spezielle Relativitätstheorie		 741
17	Einführung in die SRT	743
18	Entwicklung und Grundprinzipien der SRT	744
18.1	Äthertheorie	744
18.2	Relativitätspostulat und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit	750
18.3	Raum-Zeit-Struktur der SRT	752
18.4	Synchronisation von Uhren	754
18.5	Konsequenzen aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit	755
18.5.1	Relativität der Gleichzeitigkeit	755
18.5.2	Relativität von Längen	756
	Aufgaben	757
19	Relativistische Kinematik	758
19.1	Lorentz-Transformation	758
19.1.1	Affinität der Transformation	759
19.1.2	Standardkonfiguration	761
19.1.3	Lorentz-Transformation für Systeme in Standardkonfiguration	762
19.1.4	Eigentliche Lorentz-Transformation	767
19.1.5	Eigenschaften der Lorentz-Transformation	768
19.1.6	c als Maximalgeschwindigkeit und Kausalitätsprinzip	769
19.1.7	Transformation von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen	771
19.2	Lorentz-Kontraktion	776
19.2.1	Fotografische Momentaufnahmen schnell bewegter Körper	777
19.3	Zeitdilatation	782

19.3.1	Theoretische Ableitung	782
19.3.2	Experimenteller Nachweis	783
19.3.3	Direkt beobachtbare Zeitveränderungen	786
19.4	Minkowski-Diagramme	787
19.4.1	Lorentz-Kontraktion und Zeitdilatation	788
19.4.2	Lichtkegel, Vergangenheit und Zukunft	789
19.5	Kinematische Paradoxa	791
19.5.1	Garagenparadoxon	791
19.5.2	Skifahrerparadoxon	793
19.5.3	Zwillingsparadoxon	795
19.6	Vektoren und Tensoren in der vierdimensionalen Raum-Zeit	798
19.6.1	Koordinatenabhängige Definition von Tensoren	799
19.6.2	Metrik, Skalarprodukt, Heben und Senken von Indizes	803
19.6.3	Sätze über Tensoren und Lorentz-Transformation	805
Exkurs	19.1: Zusammenhang zwischen koordinatenab- und unabhängiger Formulierung der Tensorrechnung	808
Aufgaben	810
20	Relativistische Mechanik	812
20.1	Vorbetrachtungen	812
20.1.1	Zur Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse	812
20.1.2	Äquivalenz von Masse und Energie	814
20.2	Vierervektoren der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft	814
20.3	Relativistische Bewegungsgleichung eines einzelnen Massenpunktes	817
20.4	Relativistische Bewegungsgleichungen für Systeme von Massenpunkten	820
20.4.1	Zweierstöße	821
20.4.2	Inelastische Stöße mit Teilchenerzeugung und -vernichtung	824
20.5	Relativistische kinetische Energie und Energie-Masse-Äquivalenz	826
20.6	Photonenmasse	828
20.7	Äquivalenz von träger und schwerer Masse	829
20.8	Tachyonen	830
20.9	Energie-Impuls-Tensor	831
20.9.1	Einzelner Massenpunkt	831
20.9.2	System von Massenpunkten	833
20.10	Lagrange- und Hamilton-Formulierung der Bewegungsgleichung	834
20.10.1	Systemabhängige Formulierung	834
20.10.2	Invariante Formulierung	835
20.11	Spezielle Probleme	839
20.11.1	Relativistische Weltraumfahrt	839
20.11.2	Lösung der Gleichungen für den elastischen Stoß	842
20.11.3	Schwellenenergie bei inelastischen Stößen	849
20.12	Mechanik idealer Flüssigkeiten	851
20.12.1	Druckfreie Flüssigkeiten	851
20.12.2	Flüssigkeiten mit isotropem Druck	853
Aufgaben	855

21	Relativistische Formulierung der Elektrodynamik	857
21.1	Kovariante Formulierung der Maxwell-Gleichungen	857
21.2	Transformation der elektromagnetischen Feldgrößen	860
21.2.1	Transformation von E , B , λ und j	860
21.2.2	Transformationsinvarianten	861
21.3	Maxwell-Gleichungen und Ohmsches Gesetz in Materie	863
21.4	Kovariante Darstellung avancierter und retardierter Potentiale	865
21.5	Potentiale und Felder einer beschleunigten Punktladung	866
21.6	Teilchenbewegung im elektromagnetischen Feld	869
21.7	Energie- und Impulserhaltung	873
21.8	Elektromagnetische Theorie des Elektrons	874
21.9	Doppler-Verschiebung und Aberration	876
21.10	Strahlungsprobleme bei der Bewegung geladener Teilchen	878
21.10.1	Energie- und Impulsabgabe eines strahlenden Teilchens	880
21.11	Lorentz-Dirac-Gleichung	882
21.11.1	Heuristische Ableitung	882
Exkurs 21.1:	Skizze der Diracschen Ableitung	884
21.11.2	Eigenschaften der Lorentz-Dirac-Gleichung	886
Aufgaben	891
22	Beschleunigte Bezugssysteme in der SRT	893
IV	Allgemeine Relativitätstheorie	895
23	Einführung in die ART	897
Aufgaben	900
24	Geometrische und physikalische Grundlagen der ART	901
24.1	Geometrische Grundlagen	901
24.1.1	Gaußsche Geometrie gekrümmter Flächen	902
24.1.2	Riemannsche Geometrie	905
24.1.3	Finsler-Geometrie	907
24.2	Geometrie und physikalische Raum-Zeit	910
24.2.1	Eigenschaften der Raum-Zeit	910
24.2.2	Realisierung räumlicher und zeitlicher Koordinaten	911
24.3	Relativitätsprinzipien, Machsches Prinzip und Äquivalenzprinzip	914
24.3.1	Relativitätsprinzip der Newtonschen Theorie	914
24.3.2	Relativitätsprinzip der SRT	914
24.3.3	Machsches Prinzip	915
24.3.4	Äquivalenzprinzip	918
24.4	Folgerungen aus dem Äquivalenzprinzip	923
24.4.1	Metrik der ART	923
24.4.2	Relativitätsprinzip der ART	930
24.5	Grundlagen der Gravitationstheorie	932
24.6	ART und Machsches Prinzip	933

Aufgaben	934
25 Mathematische Grundlagen der ART	935
25.1 Koordinatenabhängige Definition von Vektoren und Tensoren	935
25.2 Tensoralgebra	938
25.2.1 Invarianz von Symmetrien	939
25.2.2 Übertragung von Symmetrien	939
25.2.3 Quotientenkriterium	939
25.2.4 Folgerungen aus dem Quotientenkriterium	940
25.2.5 Spezielle Tensoren	940
25.2.6 Heben und Senken von Indizes, Skalarprodukt	941
25.2.7 Eigenschaften des metrischen Tensors $g_{\mu\nu}$	942
25.2.8 Orthogonale und zeit-orthogonale Koordinaten	943
25.2.9 Skalare und tensorielle Dichten	944
25.3 Tensoranalysis	946
25.3.1 Kovariante Ableitung	946
25.3.2 Parallelität im Kleinen und Paralleltransport	950
25.3.3 Skalarprodukt und Paralleltransport	951
25.3.4 Anschauliche Deutung der kovarianten Ableitung	951
25.3.5 Zusammenhang zwischen $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ und $g_{\mu\nu}$	952
25.3.6 Kovariante Rotation	953
25.3.7 Kovariante Divergenz und Gaußscher Satz	953
25.4 Geodätische Linien	954
25.5 Krümmungstensor	956
25.5.1 Paralleltransport auf geschlossenen Kurven	958
25.5.2 Global pseudo-euklidischer Raum	960
25.5.3 Eigenschaften des Krümmungstensors	962
25.5.4 Ricci-Tensor und Krümmungsskalar	964
25.6 Formulierung von Naturgesetzen mit Hilfe von Tensoren	965
Exkurs 25.1: Koordinatenunabhängige Einführung von Vektoren und Tensoren .	965
Aufgaben	974
26 Physikalische Grundgesetze in der ART	975
26.1 Messung von Zeiten und Längen in der ART	975
26.1.1 Messung in Nicht-Inertialsystemen	976
26.1.2 Endliche Eigenzeitintervalle	983
26.2 Mechanik	985
26.2.1 Bewegungsgleichungen für Massenpunkte	985
26.2.2 Newtonscher Grenzfall für Einzelteilchen im Schwerfeld	986
26.2.3 Symmetrie und Erhaltungssätze beim freien Fall	988
26.2.4 Relativbewegung im inhomogenen Schwerfeld	989
26.2.5 Mechanik idealer Flüssigkeiten	991
26.3 Elektrodynamik	991
26.3.1 Maxwell-Gleichungen der ART	991
26.3.2 Ladungserhaltung	993
26.4 Kopplung von Mechanik und Elektrodynamik	993

26.5	Lorentz-Dirac-Gleichung der ART	994
26.6	Einsteinsche Feldgleichungen im Vakuum	996
26.7	Einsteinsche Feldgleichungen in Materie	997
26.7.1	Freiheiten bei der Lösung der Feldgleichungen	1001
26.8	Materietensor für ein System geladener Punktteilchen	1002
26.9	Hilbertsches Variationsprinzip	1003
26.10	Energie-Impuls-Komplex des Gravitationsfeldes	1006
26.11	Globale Energie-Erhaltungssätze der ART	1008
	Aufgaben	1010
27	Einfache Anwendungen der ART	1012
27.1	Schwarzschild-Lösung	1012
27.1.1	Allgemeinste Metrik mit räumlicher Kugelsymmetrie	1012
27.1.2	Christoffel-Symbole und Ricci-Tensor bei Kugelsymmetrie	1014
27.1.3	Lösung der Vakuum-Feldgleichungen	1016
27.1.4	Kruskal-Form der Schwarzschild-Metrik	1020
27.2	Bewegung eines Punktteilchens im Schwarzschild-Feld	1023
27.2.1	Periheldrehung gebundener Bahnen	1025
27.2.2	Eigenzeit in einem Satelliten	1027
27.3	Ausbreitung von Licht im Schwarzschild-Feld	1032
27.3.1	Lichtablenkung im Zentralfeld	1033
27.3.2	Gravitationslinsen	1036
27.3.3	Einfang von Licht im Schwarzschild-Feld	1037
27.4	Rotverschiebung von Spektrallinien im Gravitationsfeld	1039
	Aufgaben	1041
28	Linearisierte Feldgleichungen und Gravitationswellen	1042
28.1	Linearisierung der Feldgleichungen	1042
28.2	Lösung der inhomogenen Gravitationswellengleichung	1045
28.3	Ebene Gravitationswellen	1046
28.4	Wirkung von Gravitationswellen auf Probeteilchen	1047
28.5	Zur Existenz von Gravitationswellen	1049
	Aufgaben	1050
29	Radialsymmetrische Lösungen der Feldgleichungen mit Materie	1051
29.1	Sterngleichgewicht	1053
29.1.1	Gleichungen für statisches Gleichgewicht	1053
29.1.2	Gleichgewichtslösung für konstante Dichte	1055
29.1.3	Massendefekt von Sternen	1057
29.2	Gravitationskollaps und schwarze Löcher	1058
29.2.1	Übergang auf mitbewegte Koordinaten	1059
29.2.2	Feldgleichungen für den Kollaps eines druckfreien Gases konstanter Dichte	1060
29.2.3	Lösung der Feldgleichungen	1061
29.2.4	Schwarze Löcher	1063
29.2.5	Hawking-Strahlung schwarzer Löcher	1066

Aufgaben	1067
V Kosmologie	1069
30 Einführung	1071
30.1 Historischer Rückblick	1073
30.2 Zur empirischen Struktur des Universums	1079
Aufgaben	1086
31 Newton- und SRT-Kosmologie	1087
31.1 Newtonsche und pseudo-Newtonische Kosmologie	1087
31.1.1 Statische Lösung	1089
31.1.2 Stationäre Lösung	1090
31.1.3 Friedmann-Gleichung	1091
31.1.4 Rein Newtonsche Lösungen mit Urknall	1092
31.1.5 Gültigkeitsgrenzen	1093
31.2 SRT-Modell von Milne	1094
Aufgaben	1098
32 Mathematische Grundlagen der ART-Kosmologie	1100
32.1 Symmetrische Räume, Bewegungsgruppen und Killing-Vektoren	1100
32.2 Homogenität, Isotropie und maximale Symmetrie	1104
32.3 Metrik maximal symmetrischer Räume	1110
32.3.1 Raumartige Räume maximaler Symmetrie	1111
32.3.2 Maximal symmetrische Raum-Zeit	1112
32.3.3 Homogenität und Isotropie in einem Unterraum	1113
32.3.4 Räumlich homogene und isotrope Raum-Zeit	1114
32.4 Maximal forminvariante Tensoren in maximal symmetrischen Räumen	1116
Aufgaben	1117
33 Kosmographie	1122
33.1 Kosmologisches Prinzip und Robertson-Walker-Metrik	1122
33.2 Abstands- und Zeitmessung	1124
33.3 Teilchen- und Ereignishorizonte	1125
33.4 Bewegung von Teilchen	1128
33.5 Lichtausbreitung und Rotverschiebung	1129
33.6 Zum Olbersschen Paradoxon	1133
33.7 Einschränkung der Expansionsbewegung auf kosmische Skalen	1135
Aufgaben	1136
34 Dynamik des kosmischen Substrats	1137
34.1 Hydrodynamik des kosmischen Substrats	1137
34.2 Thermodynamik relativistischer Gase und Flüssigkeiten	1139
34.2.1 Zustandsgleichungen	1139
34.2.2 Skalenverhalten von Druck, Dichte und Temperatur	1141

34.2.3	Entropie und Entropiesatz	1143
34.3	Elektrische Ladung des Universums	1144
	Aufgaben	1145
35	ART-Universen	1146
35.1	Feldgleichungen für die Robertson-Walker-Metrik	1146
35.2	Erste Folgerungen	1149
35.3	Lösungen der Friedmann-Gleichung	1151
35.3.1	Einsteins statische Lösung	1152
35.3.2	Materielose Lösungen	1152
35.3.3	Lösungen ohne kosmologische Kraft: Standardmodell	1153
35.3.4	Lösungen mit kosmologischer Kraft	1155
Exkurs 35.1:	Zusammenhang zwischen Λ/L und Λ/Λ_E	1158
35.4	Weltmodelle mit endlichem Druck	1159
35.4.1	Strahlungsuniversum	1160
35.4.2	Universum mit entkoppelter Materie und Strahlung	1161
35.4.3	Inflationäres Universum	1161
35.5	Kosmologische Gleichungen für dynamisches $\Lambda(t)$	1162
35.6	Stationäres Universum	1164
35.7	Globale Energieerhaltung	1165
35.8	Klassifizierung der Weltmodelle	1167
	Aufgaben	1175
36	Unser Universum	1178
36.1	Szenario für die Evolution des Universums	1178
36.1.1	Anfangssingularität	1178
36.1.2	Auswirkung von Quanteneffekten	1179
36.1.3	Ära relativistischer Teilchen und der Strahlung	1181
36.1.4	Materiedominierte Ära	1184
36.1.5	Temperaturentwicklung	1186
36.1.6	Kosmische Mikrowellen-Hintergrundstrahlung	1187
36.2	Probleme der Weltmodelle	1188
36.2.1	Flachheitsproblem	1188
36.2.2	Problem der fehlenden Masse	1189
36.2.3	Horizontproblem und inflationäres Szenario	1190
Exkurs 36.1:	Vermeidung des Urknalls	1192
36.3	Anthropisches Prinzip	1196
	Aufgaben	1196
	Sachregister	1201