

Eckhard Rebhan

# Theoretische Physik

Band 1

Mechanik, Elektrodynamik, Spezielle und  
Allgemeine Relativitätstheorie, Kosmologie

Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg · Berlin



# Kurzinhaltsverzeichnis

<b>Anmerkungen zur Theoretischen Physik</b>	<b>1</b>
<b>I Mechanik</b>	<b>7</b>
1 Vorbemerkungen zur Mechanik	9
2 Newtons Grundgesetze der Mechanik	11
3 Folgerungen aus den Grundgesetzen	46
4 Anwendungen der Newtonschen Mechanik	73
5 Lagrangesche Mechanik	128
6 Starre Körper	201
7 Hamiltonsche Theorie	243
8 Theorie von Hamilton und Jacobi	278
9 Nicht-integrable Hamiltonsche Systeme und deterministisches Chaos	314
<b>II Elektrodynamik</b>	<b>369</b>
10 Einleitung zur Elektrodynamik	371
11 Mathematische Vorbereitung	374
12 Maxwell-Gleichungen	414
13 Elektrostatik	481
14 Magnetostatik	581
15 Stromkreise mit stationären und zeitlich veränderlichen Strömen	626
16 Theorie zeitlich schnell veränderlicher elektromagnetischer Felder	662
<b>III Spezielle Relativitätstheorie</b>	<b>741</b>
17 Einführung in die SRT	743
18 Entwicklung und Grundprinzipien der SRT	744
19 Relativistische Kinematik	758
20 Relativistische Mechanik	812

<b>21</b>	<b>Relativistische Formulierung der Elektrodynamik</b>	<b>857</b>
<b>22</b>	<b>Beschleunigte Bezugssysteme in der SRT</b>	<b>893</b>
<b>IV</b>	<b>Allgemeine Relativitätstheorie</b>	<b>895</b>
<b>23</b>	<b>Einführung in die ART</b>	<b>897</b>
<b>24</b>	<b>Geometrische und physikalische Grundlagen der ART</b>	<b>901</b>
<b>25</b>	<b>Mathematische Grundlagen der ART</b>	<b>935</b>
<b>26</b>	<b>Physikalische Grundgesetze in der ART</b>	<b>975</b>
<b>27</b>	<b>Einfache Anwendungen der ART</b>	<b>1012</b>
<b>28</b>	<b>Linearisierte Feldgleichungen und Gravitationswellen</b>	<b>1042</b>
<b>29</b>	<b>Radialsymmetrische Lösungen der Feldgleichungen mit Materie</b>	<b>1051</b>
<b>V</b>	<b>Kosmologie</b>	<b>1069</b>
<b>30</b>	<b>Einführung</b>	<b>1071</b>
<b>31</b>	<b>Newton- und SRT-Kosmologie</b>	<b>1087</b>
<b>32</b>	<b>Mathematische Grundlagen der ART-Kosmologie</b>	<b>1100</b>
<b>33</b>	<b>Kosmographie</b>	<b>1122</b>
<b>34</b>	<b>Dynamik des kosmischen Substrats</b>	<b>1137</b>
<b>35</b>	<b>ART-Universen</b>	<b>1146</b>
<b>36</b>	<b>Unser Universum</b>	<b>1178</b>
	<b>Sachregister</b>	<b>1201</b>

# Inhaltsverzeichnis

<b>Anmerkungen zur Theoretischen Physik</b>	<b>1</b>
<b>I Mechanik</b>	<b>7</b>
<b>1 Vorbemerkungen zur Mechanik</b>	<b>9</b>
<b>2 Newtons Grundgesetze der Mechanik</b>	<b>11</b>
2.1 Grundannahmen und Vorbetrachtungen . . . . .	11
2.1.1 Absoluter Raum . . . . .	11
2.1.2 Absolute Zeit . . . . .	12
2.1.3 Wichtige Idealisierungen der klassischen Mechanik . . . . .	12
2.1.4 Kinematische Vorbetrachtungen . . . . .	13
2.1.5 Galilei-Transformation . . . . .	17
2.1.6 Bahncharakterisierung durch Differentialgleichungen . . . . .	19
2.2 Newtonsche Bewegungsgesetze . . . . .	21
2.2.1 Newtons vier Grundgesetze . . . . .	22
2.2.2 Diskussion der Grundgesetze . . . . .	23
2.3 Newtons Grundgesetze der Gravitation . . . . .	32
2.3.1 Schwerkraft und schwere Masse . . . . .	32
2.3.2 Schwerefeld und Newtonsches Gravitationsgesetz . . . . .	33
2.3.3 Newtonsche Feldgleichung für das Schwerefeld . . . . .	34
2.3.4 Gravitationsfeld einer homogenen Kugel . . . . .	36
2.4 Äquivalenz von träger und schwerer Masse . . . . .	38
2.5 Schlußbemerkung und Ausblick . . . . .	40
Aufgaben . . . . .	41
<b>3 Folgerungen aus den Grundgesetzen</b>	<b>46</b>
3.1 Einzelner Massenpunkt . . . . .	46
3.1.1 Arbeit . . . . .	46
3.1.2 Kinetische Energie und Energiesatz . . . . .	47
3.1.3 Potential und Energieerhaltung in konservativen Kraftfeldern . . . . .	47
3.1.4 Eigenschaften konservativer Kraftfelder . . . . .	49
3.1.5 Drehimpuls, Drehmoment und Drehimpulssatz . . . . .	50
3.2 Systeme freier Massenpunkte . . . . .	51
3.2.1 Definition von Bewegungsgrößen . . . . .	52
3.2.2 Impulssatz und Impulserhaltung . . . . .	54
3.2.3 Drehimpulssatz und Drehimpulserhaltung . . . . .	55

3.2.4	Energiesatz und Energieerhaltung . . . . .	57
3.2.5	Konfigurationsraum . . . . .	59
3.2.6	Integrationsproblem für $N$ Punktmassen . . . . .	60
3.3	Newtonsche Mechanik in rotierenden Bezugssystemen . . . . .	62
3.3.1	Mathematische Beschreibung rotierender Systeme . . . . .	63
3.3.2	Transformation der Bewegungsgleichungen . . . . .	64
	Aufgaben . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Anwendungen der Newtonschen Mechanik</b>	<b>73</b>
4.1	Einzelner Massenpunkt . . . . .	73
4.1.1	Eindimensionale Bewegung ohne Reibung . . . . .	73
4.1.2	Linear gedämpfter harmonischer Oszillator . . . . .	78
4.1.3	Erzwungene Schwingungen des gedämpften harmonischen Oszillators . . . . .	80
4.1.4	Phasenebene der eindimensionalen Bewegung . . . . .	82
4.1.5	Bewegung eines Massenpunktes im Zentralfeld . . . . .	86
Exkurs 4.1:	Potentiale mit ausschließlich geschlossenen Bahnen . . . . .	91
4.1.6	Kepler-Problem . . . . .	94
4.1.7	Rutherfordsche Streuformel . . . . .	100
Exkurs 4.2:	Inverses Streuproblem . . . . .	106
4.2	Systeme mehrerer Massenpunkte . . . . .	108
4.2.1	Zwei-Körper-Problem . . . . .	108
4.2.2	Restringiertes Drei-Körper-Problem . . . . .	114
4.2.3	Spezielle Lösungen des Drei-Körper-Problems . . . . .	115
4.2.4	Lösung des Drei-Körper-Problems durch Reihenentwicklung . . . . .	118
	Aufgaben . . . . .	119
<b>5</b>	<b>Lagrangesche Mechanik</b>	<b>128</b>
5.1	Zwangsbedingungen . . . . .	128
5.1.1	Klassifizierung der Zwangsbedingungen . . . . .	131
5.2	Dynamik von Massenpunkten unter Zwangsbedingungen . . . . .	134
5.2.1	Einzelner Massenpunkt . . . . .	134
5.2.2	System mehrerer Massenpunkte . . . . .	139
5.3	Virtuelle Verrückungen . . . . .	140
5.4	D'Alembertsches Prinzip . . . . .	142
5.4.1	Lagrange-Gleichungen erster Art für Systeme von Massenpunkten	143
5.4.2	Arbeitsleistung der Zwangskräfte . . . . .	146
Exkurs 5.1:	Ableitung des d'Alembertschen Prinzips . . . . .	147
5.5	Prinzip der virtuellen Arbeit . . . . .	150
5.6	Generalisierte Koordinaten . . . . .	152
5.6.1	Ein Massenpunkt unter holonomen Zwangsbedingungen . . . . .	153
5.6.2	System von Massenpunkten unter holonomen Zwangsbedin- gungen . . . . .	153
5.7	D'Alembertsches Prinzip in generalisierten Koordinaten . . . . .	157
5.8	Bewegungsgleichungen in generalisierten Koordinaten . . . . .	161

5.8.1	Holonome Zwangsbedingungen und Lagrange-Gleichungen zweiter Art . . . . .	161
5.8.2	Nachträgliche Berechnung der Zwangskräfte . . . . .	166
5.8.3	Lagrange-Gleichungen gemischten Typs . . . . .	167
5.9	Generalisierte Koordinaten für starre Körper . . . . .	168
5.9.1	Einzelner starrer Körper . . . . .	169
5.9.2	Starre Körper unter äußeren Zwangsbedingungen . . . . .	170
5.10	Reibungskräfte . . . . .	172
5.10.1	Berührungskräfte . . . . .	172
5.10.2	Reibungskräfte im Rahmen der Lagrangeschen Mechanik . . . . .	175
5.11	Integrationsproblem für Lagrangesche Systeme . . . . .	177
5.12	Erhaltungssätze der Lagrangeschen Mechanik . . . . .	177
5.12.1	Erhaltungssätze bei zyklischen Variablen . . . . .	177
5.12.2	Verallgemeinerter Energiesatz . . . . .	178
5.12.3	Zusammenhang mit den Erhaltungssätzen der Newton-Mechanik . . . . .	179
5.13	Symmetrien und Erhaltungssätze . . . . .	182
5.13.1	Homogenität und Isotropie in Raum und Zeit . . . . .	182
5.13.2	Noether-Theorem . . . . .	184
5.14	Zeitisotropie und mechanische Reversibilität . . . . .	186
5.15	Mechanische Ähnlichkeit . . . . .	187
5.16	Virialsatz . . . . .	189
	Aufgaben . . . . .	191
<b>6</b>	<b>Starre Körper</b>	<b>201</b>
6.1	Kinematik des freien starren Körpers . . . . .	201
6.2	Trägheitstensor, Trägheitsmoment und Trägheitsellipsoid . . . . .	203
6.2.1	Kinetische Energie . . . . .	203
6.2.2	Trägheitstensor . . . . .	204
6.2.3	Drehimpuls . . . . .	205
6.2.4	Hauptachsentransformation . . . . .	205
6.2.5	Trägheitsmomente . . . . .	206
6.2.6	Trägheitsellipsoid . . . . .	207
6.2.7	Rotation um den Schwerpunkt . . . . .	208
6.2.8	Kreisel . . . . .	209
6.3	Statik des starren Körpers . . . . .	210
6.3.1	Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	210
6.3.2	Äquivalenz von Kräften . . . . .	211
6.3.3	Zwangskräfte . . . . .	213
6.4	Koordinatenfreie Form der Bewegungsgleichungen . . . . .	213
6.5	Eulersche Kreiselgleichungen und Winkel . . . . .	215
6.5.1	Berechnung des Rotationszustandes . . . . .	215
6.5.2	Eulersche Winkel . . . . .	216
6.6	Lagrangesche Bewegungsgleichungen zweiter Art . . . . .	218
6.6.1	Freier starrer Körper . . . . .	218
6.6.2	In einem Punkt festgehaltener starrer Körper . . . . .	220
6.7	Integration der Bewegungsgleichungen in speziellen Fällen . . . . .	221

6.7.1	Kräftefreier Kreisel . . . . .	221
6.7.2	Kreisel unter Einwirkung äußerer Kräfte . . . . .	229
	Aufgaben . . . . .	236
<b>7</b>	<b>Hamiltonsche Theorie</b>	<b>243</b>
7.1	Hamiltonsche Bewegungsgleichungen . . . . .	243
7.2	Zyklische Variablen und Erhaltungssätze . . . . .	248
7.3	Variationsprinzipien . . . . .	250
7.3.1	Euler-Gleichungen der Variationsrechnung . . . . .	251
7.3.2	Hamiltonsches Prinzip . . . . .	254
7.3.3	Variationsprinzip der Hamiltonschen Gleichungen . . . . .	254
7.3.4	Variationsprinzip von Maupertuis . . . . .	255
7.4	Kanonische Transformationen . . . . .	257
7.4.1	Punkttransformationen . . . . .	258
7.4.2	Erzeugende Gleichung kanonischer Transformationen . . . . .	259
7.4.3	Spezielle erzeugende Funktionen und kanonische Transfor- mationen . . . . .	261
7.5	Poisson-Klammern . . . . .	263
7.6	Pseudo-kanonische Transformationen . . . . .	266
	Exkurs 7.1: Symplektische Formulierung der Mechanik . . . . .	269
	Aufgaben . . . . .	272
<b>8</b>	<b>Theorie von Hamilton und Jacobi</b>	<b>278</b>
8.1	Hamilton-Jacobi-Gleichung und Satz von Jacobi . . . . .	278
8.2	Reduzierte Hamilton-Jacobi-Gleichung . . . . .	280
8.3	Erweiterung und Reduktion des Phasenraums . . . . .	282
8.3.1	Erweiterung des Phasenraums . . . . .	282
8.3.2	Reduktion des Phasenraums . . . . .	283
8.4	Separation der Variablen . . . . .	284
8.5	Wirkungs- und Winkelvariablen . . . . .	289
8.5.1	Systeme mit einem Freiheitsgrad . . . . .	289
8.5.2	Systeme mit mehreren Freiheitsgraden . . . . .	293
8.6	Satz von Liouville für integrable Systeme . . . . .	298
8.7	Phasenraumtrajektorien integrierbarer Systeme . . . . .	303
8.8	Adiabatische Invarianten . . . . .	305
	Aufgaben . . . . .	310
<b>9</b>	<b>Nicht-integriable Hamiltonsche Systeme und deterministisches Chaos</b>	<b>314</b>
9.1	Klassische Störungsrechnung . . . . .	315
9.2	Störung quasi-periodischer Trajektorien: KAM-Theorem . . . . .	319
9.3	Poincaré-Abbildung . . . . .	323
9.4	Störung periodischer Trajektorien . . . . .	325
9.4.1	Fixpunktsatz von Poincaré und Birkhoff . . . . .	325
9.4.2	Stabilität überlebender Fixpunkte . . . . .	327
9.4.3	Hyperbolische Fixpunkte und homokline Punkte . . . . .	330
9.5	Melnikov-Funktion und Existenz homokliner Punkte . . . . .	337

9.6	Bäcker-Transformation, Bernoulli-Verschiebung und Chaos . . . . .	343
9.7	Hufeisen-Abbildung . . . . .	349
9.8	Hufeisenartige Abbildung im homoklinen Gewirr . . . . .	353
9.9	Liapunov-Exponenten . . . . .	354
9.10	Chaos und Nicht-Integrabilität . . . . .	360
9.11	Zunehmendes Chaos am Beispiel der Schaukel . . . . .	360
9.12	Numerische Berechnungen chaotischer Orbits . . . . .	364
	Aufgaben . . . . .	368

**II Elektrodynamik 369**

**10 Einleitung zur Elektrodynamik 371**

**11 Mathematische Vorbereitung 374**

11.1	Physikalische Felder, Feldlinien und Flußröhren . . . . .	374
11.2	Grundlagen aus der Vektoranalysis . . . . .	376
	11.2.1 Definitionen . . . . .	376
	11.2.2 Anwendungsbeispiele . . . . .	379
	11.2.3 Rechenregeln . . . . .	380
11.3	Integralsätze . . . . .	382
	11.3.1 Gaußscher und Stokesscher Satz . . . . .	382
	11.3.2 Varianten der Integralsätze von Gauß und Stokes . . . . .	384
	11.3.3 Greenscher Satz . . . . .	386
11.4	Darstellung wirbelfreier und quellenfreier Felder . . . . .	386
	11.4.1 Allgemeinste Lösung der Gleichung $\text{rot } \mathbf{v} = 0$ . . . . .	386
	11.4.2 Allgemeinste Lösung der Gleichung $\text{div } \mathbf{v} = 0$ . . . . .	387
11.5	Delta-Funktion . . . . .	388
	11.5.1 Delta-Funktion in einer Raumdimension . . . . .	388
	11.5.2 Delta-Funktion in drei Raumdimensionen . . . . .	393
11.6	Lösungen der Poisson-Gleichung . . . . .	395
	11.6.1 Skalare Poisson-Gleichung . . . . .	395
	11.6.2 Vektorielle Poisson-Gleichung . . . . .	399
11.7	Mittelwertsatz der Potentialtheorie . . . . .	400
11.8	Fundamentalsatz der Vektoranalysis . . . . .	401
	11.8.1 Vorbetrachtungen für Vektorfelder ohne Sprungstellen . . . . .	401
	11.8.2 Fundamentalsatz für Vektorfelder ohne Sprungstellen . . . . .	402
	11.8.3 Potentiale mit Flächendichten . . . . .	404
	11.8.4 Vorbetrachtungen für Vektorfelder mit Sprungstellen . . . . .	406
	11.8.5 Fundamentalsatz für Vektorfelder mit Sprungstellen . . . . .	407
	Aufgaben . . . . .	410

**12 Maxwell-Gleichungen 414**

12.1	Ladungen, Kräfte und statische elektrische Felder . . . . .	415
	12.1.1 Ladung und Ladungserhaltung . . . . .	415
	12.1.2 Coulomb-Gesetz . . . . .	417

12.1.3	Superpositionsprinzip . . . . .	419
12.1.4	Elektrisches Feld . . . . .	420
12.1.5	Maxwell-Gleichungen der Elektrostatik . . . . .	422
12.1.6	Kraftdichte und Gesamtkraft . . . . .	426
12.1.7	Zur Exaktheit des Coulomb-Gesetzes . . . . .	427
12.1.8	Zur Exaktheit des Superpositionsprinzips . . . . .	429
12.2	Ströme, Kräfte und statische Magnetfelder . . . . .	431
12.2.1	Ladungserhaltung, Stromdichte und Gesamtstrom . . . . .	431
12.2.2	Stationäre Stromdichte, Gesamtstrom und Linienströme . . . . .	433
12.2.3	Ohmsches Gesetz – lokale Form . . . . .	435
12.2.4	Kraftwirkung stationärer Ströme und Biot-Savart-Gesetz . . . . .	436
12.2.5	Lorentz-Kraft . . . . .	442
12.2.6	Magnetfeld einer bewegten Punktladung . . . . .	444
12.2.7	Wechselwirkungskraft zwischen bewegten Punktladungen . . . . .	445
12.2.8	Zur Exaktheit des Lorentzischen Kraftgesetzes . . . . .	445
12.2.9	$\epsilon_0$ , $\mu_0$ und Lichtgeschwindigkeit . . . . .	446
12.2.10	Maxwell-Gleichungen der Magnetostatik . . . . .	446
12.3	Maxwell-Gleichungen für zeitabhängige Felder . . . . .	447
12.3.1	Qualitative Vorbetrachtungen für zeitabhängige Felder . . . . .	447
12.3.2	Transformation der Felder $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ . . . . .	449
12.3.3	Faraday-Gesetz . . . . .	451
12.3.4	Quellstärke zeitabhängiger Magnetfelder . . . . .	455
12.3.5	Maxwellscher Verschiebungsstrom . . . . .	456
12.3.6	Maxwell-Gleichungen . . . . .	459
12.3.7	Gekoppelte Dynamik der Felder $\mathbf{E}$ , $\mathbf{B}$ und der Ladungsträger . . . . .	461
12.3.8	Eigenschaften der Maxwell-Gleichungen . . . . .	462
12.4	Zum Problem der magnetischen Ladung . . . . .	466
12.4.1	Duale Transformation von $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ . . . . .	467
12.4.2	Theorien zur Existenz von Monopolen . . . . .	469
	Exkurs 12.1: Einheiten und Maßsysteme . . . . .	472
	Aufgaben . . . . .	476
<b>13</b>	<b>Elektrostatik</b> . . . . .	<b>481</b>
13.1	Energie eines Systems von Ladungen und Feldenergie . . . . .	481
13.1.1	Potentielle Energie einer Punktladung im Potential $\phi$ . . . . .	482
13.1.2	Elektrische Wechselwirkungsenergie von Punktladungen . . . . .	482
13.1.3	Elektrische Feldenergie einer kontinuierlichen Ladungsverteilung . . . . .	484
13.1.4	Feldenergie von Punktladungen . . . . .	487
13.2	Feldberechnung bei gegebener Ladungsverteilung . . . . .	488
13.2.1	Homogen geladene Kugel (Atomkern-Modell) . . . . .	488
13.2.2	Mittelwert des elektrischen Feldes . . . . .	489
13.2.3	Multipolentwicklung des Fernfeldes . . . . .	490
13.2.4	Zur Ursprungsabhängigkeit der Näherungslösungen . . . . .	496
13.3	Kraft, Drehmoment und Wechselwirkungsenergie . . . . .	497
13.3.1	Multipolentwicklung der Wechselwirkungsenergie . . . . .	497
13.3.2	Kraft und Drehmoment auf eine Ladungsverteilung $\lambda(\mathbf{r})$ . . . . .	498

13.4	Feldlinienstruktur elektrostatischer Felder . . . . .	500
13.4.1	Reguläre Felder . . . . .	501
13.4.2	Felder mit singulären Punkten . . . . .	504
13.5	Elektrische Leiter in der Elektrostatik . . . . .	506
13.5.1	Randbedingung auf Leiteroberflächen . . . . .	507
13.5.2	Kapazitätskoeffizienten eines Leitersystems und Kapazität von Kondensatoren . . . . .	509
13.5.3	Gesamtkraft auf einen Leiter . . . . .	515
13.6	Elektrostatische Randwertprobleme . . . . .	517
13.6.1	Drei Randwertprobleme der Potentialtheorie . . . . .	517
13.6.2	Elektrostatik mit Randbedingungen auf Leitern . . . . .	520
13.7	Lösungsmethoden bei Randwertproblemen . . . . .	521
13.7.1	Methode der Spiegelladungen . . . . .	521
13.7.2	Lösung von Randwertaufgaben mit Hilfe der Funktionentheorie . . . . .	527
13.7.3	Methode der Greenschen Funktion . . . . .	530
13.7.4	Separation der Laplace-Gleichung in Zylinderkoordinaten . . . . .	535
Exkurs 13.1:	Eigenschaften der Zylinderfunktionen . . . . .	537
Exkurs 13.2:	Fourier-Bessel-Reihen und Hankel-Transformation . . . . .	540
Exkurs 13.3:	Greensche Funktion für Dirichlet-Randbedingungen auf einem Zylindermantel . . . . .	542
13.8	Elektrostatische Felder in dielektrischer Materie . . . . .	546
13.8.1	Zerlegung des Feldes in Isolatoren . . . . .	547
13.8.2	Wirkung eines gegebenen Feldes $E_m$ auf einzelne Atome bzw. Moleküle . . . . .	548
13.8.3	Rückwirkung der Atome bzw. Moleküle auf das Feld . . . . .	551
13.8.4	Elektrostatische Maxwell-Gleichungen im Dielektrikum . . . . .	557
13.8.5	Berechnung der Dielektrizitätskonstanten $\epsilon$ . . . . .	560
13.8.6	Randbedingungen und Brechung von Feldlinien . . . . .	561
13.8.7	Randwertaufgaben in dielektrischer Materie . . . . .	563
13.8.8	Kraftwirkung elektrischer Felder auf dielektrische Materie . . . . .	565
13.8.9	Elektrische Feldenergie in dielektrischer Materie . . . . .	567
13.8.10	Kelvins Theorem der minimalen Feldenergie . . . . .	569
13.8.11	Energie eines Dielektrikums mit $D=\epsilon E$ in einem Vakuumfeld . . . . .	570
13.8.12	Änderung der elektrischen Feldenergie und Kräfte . . . . .	571
Aufgaben	. . . . .	574
<b>14</b>	<b>Magnetostatik</b>	<b>581</b>
14.1	Darstellungen des Magnetfelds . . . . .	581
14.1.1	Vektorpotential $A$ des Magnetfelds . . . . .	582
14.1.2	Skalares magnetische Potential $\phi_m$ . . . . .	586
14.1.3	Flußfunktionen . . . . .	589
14.2	Fernfeld einer lokalisierten Stromverteilung . . . . .	592
14.2.1	Mittelwert des Magnetfelds . . . . .	593
14.2.2	Multipolentwicklung des Magnetfelds . . . . .	593
14.3	Drehimpuls, Kraft, Drehmoment und Feldenergie . . . . .	595
14.3.1	Magnetisches Moment und Drehimpuls . . . . .	595

14.3.2	Kraft und Drehmoment auf eine lokalisierte Stromverteilung . . . . .	596
14.3.3	Magnetische Feldenergie und Energiesatz . . . . .	598
14.4	Feldlinienstruktur magnetostatischer Felder . . . . .	602
14.4.1	Lokale Eigenschaften . . . . .	602
14.4.2	Globale Eigenschaften . . . . .	603
14.4.3	Hamiltonsche Form der Feldliniengleichungen . . . . .	605
14.5	Induktionskoeffizienten eines Systems von Strömen . . . . .	608
14.5.1	System kontinuierlicher Stromverteilungen . . . . .	608
14.5.2	System von Linienströmen in dünnen Leitern . . . . .	609
14.6	Wechselwirkungsenergie und Kräfte . . . . .	610
14.7	Supraleiter . . . . .	612
14.8	Magnetfeld in Materie . . . . .	614
14.8.1	Magnetostatische Maxwell-Gleichungen . . . . .	614
14.8.2	Randbedingungen und Brechung von Feldlinien . . . . .	617
14.8.3	Randwertprobleme in magnetisierbarer Materie . . . . .	618
	Aufgaben . . . . .	620
<b>15</b>	<b>Stromkreise mit stationären und zeitlich veränderlichen Strömen</b>	<b>626</b>
15.1	Stationäre Ströme . . . . .	626
15.1.1	Elektromotorische Kräfte . . . . .	628
15.1.2	Stromverteilung in Leitern . . . . .	630
15.1.3	Energieabgabe der Spannungsquelle . . . . .	631
15.1.4	Integrales Ohmsches Gesetz . . . . .	632
15.2	Langsam veränderliche Ströme . . . . .	633
15.2.1	Vernachlässigung des Verschiebungsstromes . . . . .	634
15.2.2	Elemente von Wechselstromkreisen . . . . .	637
15.2.3	Stromkreis-Gleichung für dünne Leiter . . . . .	642
15.2.4	Freie und erzwungene Schwingungen . . . . .	644
15.2.5	Induktive Kopplung . . . . .	644
15.2.6	Komplexe Schreibweise . . . . .	645
15.3	Skin-Effekt . . . . .	646
	Exkurs 15.1: Stromkreis-Gleichung für allseits ausgedehnte Leiter . . . . .	651
	Aufgaben . . . . .	657
<b>16</b>	<b>Theorie zeitlich schnell veränderlicher elektromagnetischer Felder</b>	<b>662</b>
16.1	Potentiale der Felder $E$ und $B$ . . . . .	663
16.1.1	Coulomb-Eichung . . . . .	664
16.1.2	Lorentz-Eichung . . . . .	666
16.2	Wellengleichung und Lösung des Anfangswertproblems . . . . .	667
16.3	Retardierte Potentiale . . . . .	675
16.4	Elektromagnetisches Feld einer bewegten Punktladung . . . . .	676
16.5	Bemerkung zur Feldlinienstruktur . . . . .	681
16.6	Elektromagnetische Wellen . . . . .	682
16.6.1	Feld periodisch oszillierender Ladungen . . . . .	682
16.6.2	Exaktes Feld eines oszillierenden infinitesimalen Dipols . . . . .	687
16.6.3	Ebene Wellen . . . . .	689

16.7	TE- und TM-Wellen . . . . .	694
16.7.1	Wellen in Leitern . . . . .	696
16.7.2	Wellen in zylindrischen Hohlleitern . . . . .	700
16.8	Zeitabhängige elektromagnetische Felder in Materie . . . . .	709
16.8.1	Makroskopische Maxwell-Gleichungen in Materie . . . . .	710
16.8.2	Frequenzabhängigkeit von $\epsilon$ und $\mu$ . . . . .	712
16.8.3	Phasengeschwindigkeit, Gruppengeschwindigkeit und Überlichtgeschwindigkeit . . . . .	712
16.8.4	Frequenzabhängigkeit der Leitfähigkeit in Metallen . . . . .	716
16.8.5	Randbedingungen an Grenzflächen . . . . .	717
16.9	Energiesatz der Elektrodynamik . . . . .	718
16.9.1	Ableitung des Energiesatzes . . . . .	718
16.9.2	Physikalische Interpretation und alternative Energiesätze . . . . .	720
16.9.3	Strahlungsdämpfung . . . . .	724
16.10	Feldimpuls und Strahlungsdruck . . . . .	726
16.10.1	Feldimpuls . . . . .	726
16.10.2	Strahlungsdruck . . . . .	731
	Aufgaben . . . . .	733
<b>III Spezielle Relativitätstheorie</b>		<b>741</b>
<b>17</b>	<b>Einführung in die SRT</b>	<b>743</b>
<b>18</b>	<b>Entwicklung und Grundprinzipien der SRT</b>	<b>744</b>
18.1	Äthertheorie . . . . .	744
18.2	Relativitätspostulat und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit . . . . .	750
18.3	Raum-Zeit-Struktur der SRT . . . . .	752
18.4	Synchronisation von Uhren . . . . .	754
18.5	Konsequenzen aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit . . . . .	755
18.5.1	Relativität der Gleichzeitigkeit . . . . .	755
18.5.2	Relativität von Längen . . . . .	756
	Aufgaben . . . . .	757
<b>19</b>	<b>Relativistische Kinematik</b>	<b>758</b>
19.1	Lorentz-Transformation . . . . .	758
19.1.1	Affinität der Transformation . . . . .	759
19.1.2	Standardkonfiguration . . . . .	761
19.1.3	Lorentz-Transformation für Systeme in Standardkonfiguration . . . . .	762
19.1.4	Eigentliche Lorentz-Transformation . . . . .	767
19.1.5	Eigenschaften der Lorentz-Transformation . . . . .	768
19.1.6	$c$ als Maximalgeschwindigkeit und Kausalitätsprinzip . . . . .	769
19.1.7	Transformation von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen . . . . .	771
19.2	Lorentz-Kontraktion . . . . .	776
19.2.1	Fotografische Momentaufnahmen schnell bewegter Körper . . . . .	777
19.3	Zeitdilatation . . . . .	782

19.3.1	Theoretische Ableitung . . . . .	782
19.3.2	Experimenteller Nachweis . . . . .	783
19.3.3	Direkt beobachtbare Zeitveränderungen . . . . .	786
19.4	Minkowski-Diagramme . . . . .	787
19.4.1	Lorentz-Kontraktion und Zeitdilatation . . . . .	788
19.4.2	Lichtkegel, Vergangenheit und Zukunft . . . . .	789
19.5	Kinematische Paradoxa . . . . .	791
19.5.1	Garagenparadoxon . . . . .	791
19.5.2	Skifahrerparadoxon . . . . .	793
19.5.3	Zwillingsparadoxon . . . . .	795
19.6	Vektoren und Tensoren in der vierdimensionalen Raum-Zeit . . . . .	798
19.6.1	Koordinatenabhängige Definition von Tensoren . . . . .	799
19.6.2	Metrik, Skalarprodukt, Heben und Senken von Indizes . . . . .	803
19.6.3	Sätze über Tensoren und Lorentz-Transformation . . . . .	805
Exkurs 19.1:	Zusammenhang zwischen koordinatenab- und unabhängiger Formulierung der Tensorrechnung . . . . .	808
Aufgaben	. . . . .	810
<b>20</b>	<b>Relativistische Mechanik</b>	<b>812</b>
20.1	Vorbetrachtungen . . . . .	812
20.1.1	Zur Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse . . . . .	812
20.1.2	Äquivalenz von Masse und Energie . . . . .	814
20.2	Vierervektoren der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft . . . . .	814
20.3	Relativistische Bewegungsgleichung eines einzelnen Massenpunktes . . . . .	817
20.4	Relativistische Bewegungsgleichungen für Systeme von Massenpunkten . . . . .	820
20.4.1	Zweierstöße . . . . .	821
20.4.2	Inelastische Stöße mit Teilchenerzeugung und -vernichtung . . . . .	824
20.5	Relativistische kinetische Energie und Energie-Masse-Äquivalenz . . . . .	826
20.6	Photonenmasse . . . . .	828
20.7	Äquivalenz von träger und schwerer Masse . . . . .	829
20.8	Tachyonen . . . . .	830
20.9	Energie-Impuls-Tensor . . . . .	831
20.9.1	Einzelner Massenpunkt . . . . .	831
20.9.2	System von Massenpunkten . . . . .	833
20.10	Lagrange- und Hamilton-Formulierung der Bewegungsgleichung . . . . .	834
20.10.1	Systemabhängige Formulierung . . . . .	834
20.10.2	Invariante Formulierung . . . . .	835
20.11	Spezielle Probleme . . . . .	839
20.11.1	Relativistische Weltraumfahrt . . . . .	839
20.11.2	Lösung der Gleichungen für den elastischen Stoß . . . . .	842
20.11.3	Schwellenenergie bei inelastischen Stößen . . . . .	849
20.12	Mechanik idealer Flüssigkeiten . . . . .	851
20.12.1	Druckfreie Flüssigkeiten . . . . .	851
20.12.2	Flüssigkeiten mit isotropem Druck . . . . .	853
Aufgaben	. . . . .	855

<b>21</b>	<b>Relativistische Formulierung der Elektrodynamik</b>	<b>857</b>
21.1	Kovariante Formulierung der Maxwell-Gleichungen . . . . .	857
21.2	Transformation der elektromagnetischen Feldgrößen . . . . .	860
21.2.1	Transformation von $E$ , $B$ , $\lambda$ und $j$ . . . . .	860
21.2.2	Transformationsinvarianten . . . . .	861
21.3	Maxwell-Gleichungen und Ohmsches Gesetz in Materie . . . . .	863
21.4	Kovariante Darstellung avancierter und retardierter Potentiale . . . . .	865
21.5	Potentiale und Felder einer beschleunigten Punktladung . . . . .	866
21.6	Teilchenbewegung im elektromagnetischen Feld . . . . .	869
21.7	Energie- und Impulserhaltung . . . . .	873
21.8	Elektromagnetische Theorie des Elektrons . . . . .	874
21.9	Doppler-Verschiebung und Aberration . . . . .	876
21.10	Strahlungsprobleme bei der Bewegung geladener Teilchen . . . . .	878
21.10.1	Energie- und Impulsabgabe eines strahlenden Teilchens . . . . .	880
21.11	Lorentz-Dirac-Gleichung . . . . .	882
21.11.1	Heuristische Ableitung . . . . .	882
Exkurs 21.1:	Skizze der Diracschen Ableitung . . . . .	884
21.11.2	Eigenschaften der Lorentz-Dirac-Gleichung . . . . .	886
Aufgaben	. . . . .	891
<b>22</b>	<b>Beschleunigte Bezugssysteme in der SRT</b>	<b>893</b>
<b>IV</b>	<b>Allgemeine Relativitätstheorie</b>	<b>895</b>
<b>23</b>	<b>Einführung in die ART</b>	<b>897</b>
Aufgaben	. . . . .	900
<b>24</b>	<b>Geometrische und physikalische Grundlagen der ART</b>	<b>901</b>
24.1	Geometrische Grundlagen . . . . .	901
24.1.1	Gaußsche Geometrie gekrümmter Flächen . . . . .	902
24.1.2	Riemannsche Geometrie . . . . .	905
24.1.3	Finsler-Geometrie . . . . .	907
24.2	Geometrie und physikalische Raum-Zeit . . . . .	910
24.2.1	Eigenschaften der Raum-Zeit . . . . .	910
24.2.2	Realisierung räumlicher und zeitlicher Koordinaten . . . . .	911
24.3	Relativitätsprinzipien, Machsches Prinzip und Äquivalenzprinzip . . . . .	914
24.3.1	Relativitätsprinzip der Newtonschen Theorie . . . . .	914
24.3.2	Relativitätsprinzip der SRT . . . . .	914
24.3.3	Machsches Prinzip . . . . .	915
24.3.4	Äquivalenzprinzip . . . . .	918
24.4	Folgerungen aus dem Äquivalenzprinzip . . . . .	923
24.4.1	Metrik der ART . . . . .	923
24.4.2	Relativitätsprinzip der ART . . . . .	930
24.5	Grundlagen der Gravitationstheorie . . . . .	932
24.6	ART und Machsches Prinzip . . . . .	933

Aufgaben . . . . .	934
<b>25 Mathematische Grundlagen der ART</b>	<b>935</b>
25.1 Koordinatenabhängige Definition von Vektoren und Tensoren . . . . .	935
25.2 Tensoralgebra . . . . .	938
25.2.1 Invarianz von Symmetrien . . . . .	939
25.2.2 Übertragung von Symmetrien . . . . .	939
25.2.3 Quotientenkriterium . . . . .	939
25.2.4 Folgerungen aus dem Quotientenkriterium . . . . .	940
25.2.5 Spezielle Tensoren . . . . .	940
25.2.6 Heben und Senken von Indizes, Skalarprodukt . . . . .	941
25.2.7 Eigenschaften des metrischen Tensors $g_{\mu\nu}$ . . . . .	942
25.2.8 Orthogonale und zeit-orthogonale Koordinaten . . . . .	943
25.2.9 Skalare und tensorielle Dichten . . . . .	944
25.3 Tensoranalysis . . . . .	946
25.3.1 Kovariante Ableitung . . . . .	946
25.3.2 Parallelität im Kleinen und Paralleltransport . . . . .	950
25.3.3 Skalarprodukt und Paralleltransport . . . . .	951
25.3.4 Anschauliche Deutung der kovarianten Ableitung . . . . .	951
25.3.5 Zusammenhang zwischen $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ und $g_{\mu\nu}$ . . . . .	952
25.3.6 Kovariante Rotation . . . . .	953
25.3.7 Kovariante Divergenz und Gaußscher Satz . . . . .	953
25.4 Geodätische Linien . . . . .	954
25.5 Krümmungstensor . . . . .	956
25.5.1 Paralleltransport auf geschlossenen Kurven . . . . .	958
25.5.2 Global pseudo-euklidischer Raum . . . . .	960
25.5.3 Eigenschaften des Krümmungstensors . . . . .	962
25.5.4 Ricci-Tensor und Krümmungsskalar . . . . .	964
25.6 Formulierung von Naturgesetzen mit Hilfe von Tensoren . . . . .	965
Exkurs 25.1: Koordinatenunabhängige Einführung von Vektoren und Tensoren .	965
Aufgaben . . . . .	974
<b>26 Physikalische Grundgesetze in der ART</b>	<b>975</b>
26.1 Messung von Zeiten und Längen in der ART . . . . .	975
26.1.1 Messung in Nicht-Inertialsystemen . . . . .	976
26.1.2 Endliche Eigenzeitintervalle . . . . .	983
26.2 Mechanik . . . . .	985
26.2.1 Bewegungsgleichungen für Massenpunkte . . . . .	985
26.2.2 Newtonscher Grenzfall für Einzelteilchen im Schwerfeld . . . . .	986
26.2.3 Symmetrie und Erhaltungssätze beim freien Fall . . . . .	988
26.2.4 Relativbewegung im inhomogenen Schwerfeld . . . . .	989
26.2.5 Mechanik idealer Flüssigkeiten . . . . .	991
26.3 Elektrodynamik . . . . .	991
26.3.1 Maxwell-Gleichungen der ART . . . . .	991
26.3.2 Ladungserhaltung . . . . .	993
26.4 Kopplung von Mechanik und Elektrodynamik . . . . .	993

26.5	Lorentz-Dirac-Gleichung der ART . . . . .	994
26.6	Einsteinsche Feldgleichungen im Vakuum . . . . .	996
26.7	Einsteinsche Feldgleichungen in Materie . . . . .	997
26.7.1	Freiheiten bei der Lösung der Feldgleichungen . . . . .	1001
26.8	Materietensor für ein System geladener Punktteilchen . . . . .	1002
26.9	Hilbertsches Variationsprinzip . . . . .	1003
26.10	Energie-Impuls-Komplex des Gravitationsfeldes . . . . .	1006
26.11	Globale Energie-Erhaltungssätze der ART . . . . .	1008
	Aufgaben . . . . .	1010
<b>27</b>	<b>Einfache Anwendungen der ART</b>	<b>1012</b>
27.1	Schwarzschild-Lösung . . . . .	1012
27.1.1	Allgemeinste Metrik mit räumlicher Kugelsymmetrie . . . . .	1012
27.1.2	Christoffel-Symbole und Ricci-Tensor bei Kugelsymmetrie . . . . .	1014
27.1.3	Lösung der Vakuum-Feldgleichungen . . . . .	1016
27.1.4	Kruskal-Form der Schwarzschild-Metrik . . . . .	1020
27.2	Bewegung eines Punktteilchens im Schwarzschild-Feld . . . . .	1023
27.2.1	Periheldrehung gebundener Bahnen . . . . .	1025
27.2.2	Eigenzeit in einem Satelliten . . . . .	1027
27.3	Ausbreitung von Licht im Schwarzschild-Feld . . . . .	1032
27.3.1	Lichtablenkung im Zentralfeld . . . . .	1033
27.3.2	Gravitationslinsen . . . . .	1036
27.3.3	Einfang von Licht im Schwarzschild-Feld . . . . .	1037
27.4	Rotverschiebung von Spektrallinien im Gravitationsfeld . . . . .	1039
	Aufgaben . . . . .	1041
<b>28</b>	<b>Linearisierte Feldgleichungen und Gravitationswellen</b>	<b>1042</b>
28.1	Linearisierung der Feldgleichungen . . . . .	1042
28.2	Lösung der inhomogenen Gravitationswellengleichung . . . . .	1045
28.3	Ebene Gravitationswellen . . . . .	1046
28.4	Wirkung von Gravitationswellen auf Probeteilchen . . . . .	1047
28.5	Zur Existenz von Gravitationswellen . . . . .	1049
	Aufgaben . . . . .	1050
<b>29</b>	<b>Radialsymmetrische Lösungen der Feldgleichungen mit Materie</b>	<b>1051</b>
29.1	Sterngleichgewicht . . . . .	1053
29.1.1	Gleichungen für statisches Gleichgewicht . . . . .	1053
29.1.2	Gleichgewichtslösung für konstante Dichte . . . . .	1055
29.1.3	Massendefekt von Sternen . . . . .	1057
29.2	Gravitationskollaps und schwarze Löcher . . . . .	1058
29.2.1	Übergang auf mitbewegte Koordinaten . . . . .	1059
29.2.2	Feldgleichungen für den Kollaps eines druckfreien Gases konstanter Dichte . . . . .	1060
29.2.3	Lösung der Feldgleichungen . . . . .	1061
29.2.4	Schwarze Löcher . . . . .	1063
29.2.5	Hawking-Strahlung schwarzer Löcher . . . . .	1066

Aufgaben . . . . .	1067
<b>V Kosmologie</b>	<b>1069</b>
<b>30 Einführung</b>	<b>1071</b>
30.1 Historischer Rückblick . . . . .	1073
30.2 Zur empirischen Struktur des Universums . . . . .	1079
Aufgaben . . . . .	1086
<b>31 Newton- und SRT-Kosmologie</b>	<b>1087</b>
31.1 Newtonsche und pseudo-Newtonische Kosmologie . . . . .	1087
31.1.1 Statische Lösung . . . . .	1089
31.1.2 Stationäre Lösung . . . . .	1090
31.1.3 Friedmann-Gleichung . . . . .	1091
31.1.4 Rein Newtonsche Lösungen mit Urknall . . . . .	1092
31.1.5 Gültigkeitsgrenzen . . . . .	1093
31.2 SRT-Modell von Milne . . . . .	1094
Aufgaben . . . . .	1098
<b>32 Mathematische Grundlagen der ART-Kosmologie</b>	<b>1100</b>
32.1 Symmetrische Räume, Bewegungsgruppen und Killing-Vektoren . . . . .	1100
32.2 Homogenität, Isotropie und maximale Symmetrie . . . . .	1104
32.3 Metrik maximal symmetrischer Räume . . . . .	1110
32.3.1 Raumartige Räume maximaler Symmetrie . . . . .	1111
32.3.2 Maximal symmetrische Raum-Zeit . . . . .	1112
32.3.3 Homogenität und Isotropie in einem Unterraum . . . . .	1113
32.3.4 Räumlich homogene und isotrope Raum-Zeit . . . . .	1114
32.4 Maximal forminvariante Tensoren in maximal symmetrischen Räumen . . . . .	1116
Aufgaben . . . . .	1117
<b>33 Kosmographie</b>	<b>1122</b>
33.1 Kosmologisches Prinzip und Robertson-Walker-Metrik . . . . .	1122
33.2 Abstands- und Zeitmessung . . . . .	1124
33.3 Teilchen- und Ereignishorizonte . . . . .	1125
33.4 Bewegung von Teilchen . . . . .	1128
33.5 Lichtausbreitung und Rotverschiebung . . . . .	1129
33.6 Zum Olbersschen Paradoxon . . . . .	1133
33.7 Einschränkung der Expansionsbewegung auf kosmische Skalen . . . . .	1135
Aufgaben . . . . .	1136
<b>34 Dynamik des kosmischen Substrats</b>	<b>1137</b>
34.1 Hydrodynamik des kosmischen Substrats . . . . .	1137
34.2 Thermodynamik relativistischer Gase und Flüssigkeiten . . . . .	1139
34.2.1 Zustandsgleichungen . . . . .	1139
34.2.2 Skalenverhalten von Druck, Dichte und Temperatur . . . . .	1141

34.2.3	Entropie und Entropiesatz . . . . .	1143
34.3	Elektrische Ladung des Universums . . . . .	1144
	Aufgaben . . . . .	1145
<b>35</b>	<b>ART-Universen</b>	<b>1146</b>
35.1	Feldgleichungen für die Robertson-Walker-Metrik . . . . .	1146
35.2	Erste Folgerungen . . . . .	1149
35.3	Lösungen der Friedmann-Gleichung . . . . .	1151
35.3.1	Einsteins statische Lösung . . . . .	1152
35.3.2	Materielose Lösungen . . . . .	1152
35.3.3	Lösungen ohne kosmologische Kraft: Standardmodell . . . . .	1153
35.3.4	Lösungen mit kosmologischer Kraft . . . . .	1155
Exkurs 35.1:	Zusammenhang zwischen $\Lambda/L$ und $\Lambda/\Lambda_E$ . . . . .	1158
35.4	Weltmodelle mit endlichem Druck . . . . .	1159
35.4.1	Strahlungsuniversum . . . . .	1160
35.4.2	Universum mit entkoppelter Materie und Strahlung . . . . .	1161
35.4.3	Inflationäres Universum . . . . .	1161
35.5	Kosmologische Gleichungen für dynamisches $\Lambda(t)$ . . . . .	1162
35.6	Stationäres Universum . . . . .	1164
35.7	Globale Energieerhaltung . . . . .	1165
35.8	Klassifizierung der Weltmodelle . . . . .	1167
	Aufgaben . . . . .	1175
<b>36</b>	<b>Unser Universum</b>	<b>1178</b>
36.1	Szenario für die Evolution des Universums . . . . .	1178
36.1.1	Anfangssingularität . . . . .	1178
36.1.2	Auswirkung von Quanteneffekten . . . . .	1179
36.1.3	Ära relativistischer Teilchen und der Strahlung . . . . .	1181
36.1.4	Materiedominierte Ära . . . . .	1184
36.1.5	Temperaturentwicklung . . . . .	1186
36.1.6	Kosmische Mikrowellen-Hintergrundstrahlung . . . . .	1187
36.2	Probleme der Weltmodelle . . . . .	1188
36.2.1	Flachheitsproblem . . . . .	1188
36.2.2	Problem der fehlenden Masse . . . . .	1189
36.2.3	Horizontproblem und inflationäres Szenario . . . . .	1190
Exkurs 36.1:	Vermeidung des Urknalls . . . . .	1192
36.3	Anthropisches Prinzip . . . . .	1196
	Aufgaben . . . . .	1196
	<b>Sachregister</b>	<b>1201</b>