

Herbert Zeitler
Dusan Pagon

Fraktale Geometrie

Eine Einführung

**Für Studienanfänger, Studierende des Lehramtes,
Lehrer und Schüler**



INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung	1
Kap. I Die Cantor-Drittelmenge	4
1 Erzeugung durch Wegwischen	4
2 Ein Zwischenkapitel: Die Ternärschreibweise	5
3 Die angekündigte Arithmetisierung	7
4 Verrücktheiten des Cantor-Staubes	8
Kap. II Selbstähnlichkeit im strengen Sinn	13
1 Definition	13
2 Satz	14
3 Die Selbstähnlichkeitsdimension d_s	15
4 Satz	16
5 Weitere Wischaktivitäten	16
6 Koch-Fraktale	25
7 Weitere Aktivitäten	30
Kap. III Flächenfraktale	44
1 Motivation	44
2 Das Würfelfraktal	45
3 Das Tetraederfraktal	50
4 Das Oktaederfraktal	57
5 Ein weiteres Würfelfraktal	70
6 Das St. George-Fraktal	74
7 Weitere Ergebnisse, weitere Probleme	92
Kap. IV Die Barnsley-Maschine	93
1 Verkleinern	93
2 Kopieren und Anordnen	93
e Iterieren	94
Kap. V Selbstähnlichkeit im weiteren Sinn	95
1 Definition	95
2 Was sagt Barnsley dazu?	95
3 Beispiele	95
4 Die Dimension	97

Kap. VI Aus der Schulgeometrie	102
1 Kongruenzabbildungen	102
2 Ähnlichkeitsabbildungen	104
3 Affine Abbildungen	108
4 Ausblick	110
5 Das Sierpinski-Dreieck	112
6 Die Koch-Kurve	114
Kap. VII Selbstaffinität	117
1 Definition	117
2 Die Maschine	117
3 Zur Dimension	117
4 Der Flächenteppich	117
5 Das Cantor-Labyrinth	120
6 Die Sache mit dem Farnblatt	124
Kap. VIII Etwas Theorie.	128
1 Metrische Räume	128
2 Die Hausdorff-Distanz	133
3 Zurück zur Maschine	135
4 Flächenkontrahierende Abbildungen	140
Kap. IX Und schon wieder eine Dimension.	145
1 Grundsätzliches	145
2 Die Küste Englands	147
3 Sensationelle Konsequenzen	149
4 Entwicklung einer gefälligen Formel	150
5 Verträglichkeit?	150
6 Diverse Erweiterungen	151
7 Sätze zur Dimension	152
8 Beispiele	153
Kap. X Der Gipfel: Die Hausdorff-Besicovitch-Dimension	160
1 Die $2r$ -Überdeckung	161
2 Das Hausdorff d -Mass	162
3 Die Dimension d_{HB}	164
4 Einige Sätze - ohne Beweis	165
5 Was ist eigentlich ein Fraktal?	165
6 Die Dimension d_{HB} - braucht man sie?	167

Kap. XI Wir erwürfeln Fraktale.171
1 Das Chaosspiel171
2 Analytische Beschreibung des Chaosspiels174
3 Abbildungen für die Maschine174
4 Würfeln hilft auch beim Farn175
5 Was steckt mathematisch dahinter?175
6 Quadratischer Cantor-Staub179
7 Forste selber!182
Kap. XII Die Bäckerabbildung (Streifenfraktale).183
1 Motivation183
2 Eine ganz spezielle Bäckerabbildung184
3 Eine Verallgemeinerung190
4 Ausblick197
Schluss.198
Literatur.199
Farbbilder	