

Statistik für NichtStatistiker

Zufall oder Wahrscheinlichkeit

Von
Professor
Dr. Karl Bosch
Universität Hohenheim

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Inhaltsverzeichnis

1. Zufallsexperimente und zufällige Ereignisse	1
2. Absolute und relative Häufigkeiten	9
3. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff im täglichen Sprachgebrauch (subjektive Wahrscheinlichkeit)	13
4. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff	15
4.1. Die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Versuchsergebnisse	16
4.2. Die Wahrscheinlichkeit eines beliebigen Ereignisses	17
5. Kombinatorik	22
5.1. Anordnungsmöglichkeiten	22
5.2. Auswahlmöglichkeiten mit Berücksichtigung der Reihenfolge	28
5.3. Auswahlmöglichkeiten ohne Berücksichtigung der Reihenfolge	38
5.4. Zusammenstellung der Formeln aus der Kombinatorik	45
5.5. Urnenmodelle	46
6. Geometrische Wahrscheinlichkeiten	50
6.1. Geometrische Wahrscheinlichkeiten auf der Zahlengeraden	50
6.2. Geometrische Wahrscheinlichkeiten in der Ebene	53
7. Allgemeine Wahrscheinlichkeiten	58
7.1. Axiome der Wahrscheinlichkeit	58
7.2. Schätzwerte für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit	62
8. Bedingte Wahrscheinlichkeiten und unabhängige Ereignisse	63
8.1. Bedingte Wahrscheinlichkeiten	63
8.2. Stochastisch unabhängige Ereignisse	69
8.3. Unabhängige Wiederholungen von Zufallsexperimenten	71
9. Mehrstufige Zufallsexperimente	74
9.1. Zweistufige Zufallsexperimente	74
9.2. Mehrstufige Zufallsexperimente	81
9.3. Unabhängige Versuchswiederholungen	84
9.4. Binomialverteilung (Verteilung der absoluten Häufigkeit)	84
9.5. Die geometrische Verteilung (Warten auf den ersten Erfolg)	86
10. Beschreibende Statistik (Stichprobendarstellung)	89
10.1. Merkmalstypen und Stichproben	89
10.2. Graphische Darstellungen	90
10.2.1. Graphische Darstellungen bei qualitativen Merkmalen	90
10.2.2. Graphische Darstellungen bei quantitativen Merkmalen	91
10.3. Mittelwerte einer Stichprobe	95
10.3.1. Das arithmetische Mittel (Mittelwert)	95
10.3.2. Der Median einer Stichprobe	98
10.3.3. Vergleich von Mittelwert und Median	99

10.3.4. Das harmonische Mittel	100
10.3.5. Das geometrische Mittel	102
10.4. Quantile einer Stichprobe	103
10.5. Streuungsmaße (Abweichungsmaße) einer Stichprobe	104
10.5.1. Der mittlere (durchschnittliche) Abstand	106
10.5.2. Varianz und Standardabweichung (Streuung) einer Stichprobe ..	106
10.5.3. Vergleich des mittleren Abstands mit der Standardabweichung ..	108
11. Diskrete Zufallsvariable	110
11.1. Die Verteilung einer diskreten Zufallsvariablen	110
11.2. Der Erwartungswert einer diskreten Zufall variablen	111
11.3. Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufalls- variablen	123
11.4. Die Binomialverteilung - die Zufallsvariable der absoluten Häufigkeit	127
11.5. Die hypergeometrische Verteilung - Ziehen ohne Zurücklegen_____	129
11.6. Die geometrische Verteilung	130
11.7. Die Poisson-Verteilung	134
12. Die Normalverteilung (Gaußsche Glockenkurve)	137
12.1. Gaußsche Glockenkurven	137
12.2. Die Standard-Normalverteilung - $N(0;1)$ -Verteilung	142
12.2.1. Die Glockenkurve (Dichte) der Standard-Normalverteilung	142
12.2.2. Die Standardisierung einer Stichprobe	142
12.2.3. Die Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung	144
12.2.4. Die Kenngrößen der Standard-Normalverteilung	146
12.3. Die allgemeine Normalverteilung - die $N(\mu; \sigma^2)$ -Verteilung	147
12.3.1. Die Dichte einer Normalverteilung	147
12.3.2. Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung	147
12.3.3. Wahrscheinlichkeiten für Intervalle	147
12.3.4. Die zwei-Sigma-Regel	148
12.3.5. Die drei-Sigma-Regel	149
12.3.6. Schätzwerte für einen unbekanntem Erwartungswert und eine unbekannte Varianz einer Normalverteilung	149
12.3.7. Summen unabhängiger Normal Verteilungen	149
12.4. Approximation der Binomialverteilung durch die Normal- verteilung	150
12.5. Approximation von Summen unabhängiger identisch verteilter Zufallsvariablen durch eine Normalverteilung	152
13. Weitere stetige Verteilungen	154
13.1. Die gleichförmige (gleichmäßige) Verteilung	154
13.2. Die Exponentialverteilung	157
14. Stichprobentheorie (repräsentative Zufallsstichproben)	160
14.1. Vorgehensweise bei statistischen Verfahren	160
14.2. Stichproben bei endlichen Grundgesamtheiten	162
14.3. Stichprobenwerte als Realisierungen von Zufallsvariablen (unabhängige Zufallsstichproben)	165

15. Parameterschätzung	167
15.1. Schätzwerte für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit	168
15.2. Schätzwerte für den relativen Anteil in einer endlichen Grund- gesamtheit (Qualitätskontrolle)	170
15.3. Schätzwerte für einen unbekanntem Erwartungswert	171
15.4. Schätzwerte für eine unbekannte Varianz	172
16. Vertrauensintervalle (Konfidenzintervalle)	175
16.1. Vertrauensintervalle für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit p ..	178
16.2. Vertrauensintervalle für einen unbekanntem Erwartungswert	183
16.2.1. Vertrauensintervalle für \bar{x} bei bekannter Varianz σ^2	183
16.2.2. Vertrauensintervalle für \bar{x} bei unbekannter Varianz	186
16.3. Vertrauensintervalle für die Varianz σ^2 bzw. die Standard- abweichung σ	187
16.4. Einseitige Vertrauensintervalle	189
17. Test eines Parameters (Signifikanztest)	192
17.1. Ein Beispiel zur Begriffsbildung (Qualitätskontrolle)	192
17.2. Allgemeine Parametertests	196
17.3. Test einer unbekanntem Wahrscheinlichkeit $p = P(A)$	198
17.4. Test eines unbekanntem Erwartungswertes \bar{x}	204
17.4.1. Test bei bekannter Varianz σ^2 der Zufallsvariablen X	204
17.4.2. Test bei unbekannter Varianz σ^2 der Zufallsvariablen X	206
17.5. Test einer unbekanntem Varianz σ^2 (Standardabweichung σ)	207
18. Vergleich der Parameter zweier Verteilungen (Grundgesamtheiten)	209
18.1. Test auf Gleichheit zweier Parameter	209
18.2. Test auf eine bestimmte Differenz zweier Parameter	210
18.3. Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten (BinomialVerteilungen)...	210
18.4. Vertrauensintervalle für die Differenz zweier Wahrscheinlichkeiten	213
18.5. Vergleich zweier Erwartungswerte. Vergleich zweier Meßreihen (zweier Stichproben)	214
18.5.1. Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stich- proben (Vergleich zweier abhängiger Meßreihen)	214
1. Test der Differenz zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben	215
2. Vertrauensintervalle für die Differenz zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben	217
18.5.2. Vergleich zweier Erwartungswerte bei nichtverbundenen Stichproben (Vergleich zweier unabhängiger Meßreihen)	217
1. Test der Differenz zweier Erwartungswerte bei nichtverbundenen Stichproben	218
2. Vertrauensintervalle für die Differenz zweier Erwartungswerte bei nichtverbundenen Stichproben	219
19. Der Chi-Quadrat-Anpassungstest	220
19.1. Test von vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten	220
19.2. Test auf Gleichheit aller Wahrscheinlichkeiten	222
19.3. Test einer Verteilungsfunktion	224

20. Die Vierfelder-Tafel (Unabhängigkeitstest)	226
Anhang: Tabellen	228
Register	234