

Jürgen Bortz

---

# Statistik

für Sozialwissenschaftler

---

Fünfte, vollständig überarbeitete und aktualisierte Auflage  
mit 72 Abbildungen und 247 Tabellen



Springer

# Inhaltsverzeichnis \*

▷ Einleitung: Empirische Forschung und Statistik . . . . .	1	2.5 Stetige Verteilungen . . . . .	73
<b>Teil I Elementarstatistik</b>		▷ 2.5.1 Normalverteilung . . . . .	74
<b>Kapitel 1 Deskriptive Statistik . . . . .</b>	17	2.5.2 $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	79
▷ 1.1 Meßtheoretische Vorbemerkungen .	17	2.5.3 t-Verteilung . . . . .	81
▷ 1.2 Tabellarische Darstellung des Materials . . . . .	29	2.5.4 F-Verteilung . . . . .	82
▷ 1.3 Graphische Darstellung des Materials	32	2.5.5 Vergleich von F-, t-, $\chi^2$ - und Normalverteilung . . . . .	82
▷ 1.4 Statistische Kennwerte . . . . .	36	Übungsaufgaben . . . . .	83
▷ 1.4.1 Maße der zentralen Tendenz . . . . .	37	<b>Kapitel 3 Stichprobe und Grundgesamtheit .</b>	85
▷ 1.4.2 Dispersionsmaße . . . . .	41	▷ 3.1 Stichprobenarten . . . . .	86
▷ 1.4.3 z-Werte . . . . .	45	▷ 3.2 Verteilung von Stichprobenkennwerten. . . . .	88
1.4.4 Schiefe und Exzeß . . . . .	46	▷ 3.2.1 Die Stichprobenkennwerteverteilung	89
Übungsaufgaben . . . . .	47	▷ 3.2.2 Die Streuung der Stichprobenkennwerteverteilung	89
<b>Kapitel 2 Wahrscheinlichkeitstheorie und Wahrscheinlichkeitsverteilungen .</b>	49	▷ 3.2.3 Die Form der Stichprobenkennwerteverteilung	93
▷ 2.1 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung . .	49	▷ 3.2.4 Der Mittelwert der Stichprobenkennwerteverteilung	94
▷ 2.1.1 Zufallsexperimente und zufällige Ereignisse . . . . .	50	3.3 Kriterien der Parameterschätzung . .	95
▷ 2.1.2 Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten . . . . .	52	3.4 Methoden der Parameterschätzung .	97
2.2 Variationen, Permutationen, Kombinationen . . . . .	59	▷ 3.5 Intervallschätzung . . . . .	100
▷ 2.3 Wahrscheinlichkeitsfunktionen und Verteilungsfunktionen . . . . .	62	▷ 3.6 Bedeutung des Stichprobenumfangs.	103
2.4 Diskrete Verteilungen . . . . .	65	Übungsaufgaben . . . . .	105
2.4.1 Binomialverteilung . . . . .	65	<b>Kapitel 4 Formulierung und Überprüfung von Hypothesen . . . . .</b>	107
2.4.2 Hypergeometrische Verteilung . . . .	69	▷ 4.1 Alternativhypothesen . . . . .	108
2.4.3 Poisson-Verteilung . . . . .	71	▷ 4.2 Die Nullhypothese . . . . .	109
2.4.4 Weitere diskrete Verteilungen . . . .	72	▷ 4.3 Fehlerarten bei statistischen Entscheidungen . . .	110
		▷ 4.4 Signifikanzaussagen . . . . .	111
		▷ 4.5 Einseitige und zweiseitige Tests . .	116
		▷ 4.6 Statistische Signifikanz und praktische Bedeutsamkeit . . . .	118
		▷ 4.7 $\alpha$ -Fehler, $\beta$ -Fehler und Teststärke . .	120
		▷ 4.8 Bedeutung der Stichprobengröße . .	124
		▷ 4.9 Praktische Hinweise . . . . .	127

\* Die mit einem ▷ versehenen Textteile werden zusammen mit den Einleitungen zu den Kapiteln dem Anfänger als Erstlektüre empfohlen.

4.10	Monte-Carlo-Studien und die Bootstrap-Technik . . . . .	128	▷ 6.1.1	Lineare Regression . . . . .	174
	Übungsaufgaben . . . . .	131	▷ 6.1.2	Statistische Absicherung . . . . .	182
			6.1.3	Nonlineare Regression . . . . .	187
			▷ 6.2	Merkmalszusammenhänge . . . . .	194
			▷ 6.2.1	Kovarianz und Korrelation . . . . .	194
			▷ 6.2.2	Überprüfung von Korrelationshypothese . . . . .	204
			▷ 6.3	Spezielle Korrelationstechniken . . . . .	214
			6.3.1	Korrelation zweier Intervallskalen . . . . .	215
			6.3.2	Korrelation einer Intervallskala mit einem dichotomen Merkmal . . . . .	215
			6.3.3	Korrelation einer Intervallskala mit einer Ordinalskala . . . . .	218
			6.3.4	Korrelation für zwei dichotome Variablen . . . . .	218
			6.3.5	Korrelation eines dichotomen Merkmals mit einer Ordinalskala (biseriale Rangkorrelation) . . . . .	222
			6.3.6	Korrelation zweier Ordinalskalen . . . . .	223
			6.3.7	„Korrelation“ zweier Nominalskalen (Kontingenzkoeffizient) . . . . .	224
			▷ 6.4	Korrelation und Kausalität . . . . .	226
				Übungsaufgaben . . . . .	227
<b>Teil II Varianzanalytische Methoden</b>					
			▷	Einleitung . . . . .	233
				<b>Kapitel 7 Einfaktorielle Versuchspläne . . . . .</b>	<b>237</b>
			▷ 7.1	Grundprinzip der einfaktoriellen Varianzanalyse . . . . .	238
			7.2	Ungleiche Stichprobengrößen . . . . .	249
			7.3	Einzelvergleiche . . . . .	252
			7.3.1	Konstruktionsprinzipien . . . . .	253
			7.3.2	Zerlegung der Treatmentquadratsumme . . . . .	256
			7.3.3	$\alpha$ -Fehler-Korrektur . . . . .	260
			7.3.4	Einzelvergleiche a priori oder a posteriori? . . . . .	262
			7.3.5	Scheffé-Test . . . . .	263
			7.4	Trendtests . . . . .	265
			7.4.1	Äquidistante Stufen . . . . .	266
			7.4.2	Beliebige Abstufungen . . . . .	270
			7.4.3	Monotone Trends . . . . .	271
			▷ 7.5	Voraussetzungen der einfaktoriellen Varianzanalyse . . . . .	273
				Übungsaufgaben . . . . .	276

**Kapitel 8 Mehrfaktorielle Versuchspläne** .. 279

- ▷ 8.1 Zweifaktorielle Varianzanalyse .... 280
- 8.2 Einzelvergleiche ..... 294
- 8.3 Drei- und mehrfaktorielle Varianzanalysen ..... 302
- 8.4 Ungleiche Stichprobengrößen .... 310
- 8.5 Varianzanalyse mit einer Untersuchungseinheit pro Faktorstufenkombination ( $n=1$ ) 314
- 8.6 Voraussetzungen mehrfaktorieller Versuchspläne ..... 317
- Übungsaufgaben ..... 318

**Kapitel 9 Versuchspläne mit Meßwiederholungen** ..... 321

- ▷ 9.1 Einfaktorielle Varianzanalyse mit Meßwiederholungen ..... 321
- 9.2 Mehrfaktorielle Varianzanalysen mit Meßwiederholungen ..... 326
- 9.3 Voraussetzungen der Varianzanalyse mit Meßwiederholungen ..... 339
- Übungsaufgaben ..... 346

**Kapitel 10 Kovarianzanalyse** ..... 349

- ▷ 10.1 Einfaktorielle Kovarianzanalyse ... 350
- 10.2 Voraussetzungen der Kovarianzanalyse ..... 357
- 10.3 Mehrfaktorielle Kovarianzanalyse . 360
- 10.4 Kovarianzanalyse mit Meßwiederholungen ..... 363
- Übungsaufgaben ..... 372

**Kapitel 11 Unvollständige, mehrfaktorielle Versuchspläne** . 375

- 11.1 Hierarchische und teilhierarchische Versuchspläne 376
- 11.2 Lateinische Quadrate ..... 382
- 11.3 Griechisch-lateinische Quadrate ... 388
- 11.4 Quadratische Anordnungen mit Meßwiederholungen ..... 392
- Übungsaufgaben ..... 396

**Kapitel 12 Theoretische Grundlagen der Varianzanalyse** ..... 397

- 12.1 Einfaktorielle Varianzanalyse ..... 397

- 12.2 Zwei- und mehrfaktorielle Varianzanalysen ..... 402
- 12.3 Varianzanalysen mit Meßwiederholungen ..... 409
- 12.4 Kovarianzanalyse ..... 413
- 12.5 Unvollständige, mehrfaktorielle Varianzanalysen ... 414
- 12.6 Allgemeine Regeln für die Bestimmung der Erwartungswerte von Varianzen 416
- Übungsaufgaben ..... 422

**Teil III Multivariate Methoden**

- ▷ Einleitung ..... 425

**Kapitel 13 Partialkorrelation und Multiple Korrelation** ..... 429

- ▷ 13.1 Partialkorrelation ..... 429
- 13.2 Multiple Korrelation und Regression 433
- ▷ 13.2.1 Grundprinzip und Interpretation .. 434
- 13.2.2 Multikollinearität und Suppressioneffekte ..... 438
- 13.2.3 Mathematischer Hintergrund .... 450
- 13.3 Lineare Strukturgleichungsmodelle . 456
- Übungsaufgaben ..... 466

**Kapitel 14 Das allgemeine lineare Modell (ALM)** ..... 469

- 14.1 Codierung nominaler Variablen ... 469
- 14.2 Spezialfälle des ALM ..... 474
- 14.2.1 t-Test für unabhängige Stichproben 475
- 14.2.2 Einfaktorielle Varianzanalyse ..... 475
- 14.2.3 Zwei- und mehrfaktorielle Varianzanalyse (gleiche Stichprobenumfänge) ..... 477
- 14.2.4 Zwei- und mehrfaktorielle Varianzanalyse (ungleiche Stichprobenumfänge) ... 480
- 14.2.5 Kovarianzanalyse ..... 484
- 14.2.6 Hierarchische Varianzanalyse ..... 485
- 14.2.7 Lateinisches Quadrat ..... 486
- 14.2.8 t-Test für abhängige Stichproben .. 487
- 14.2.9 Varianzanalyse mit Meßwiederholungen ..... 488
- 14.2.10 4-Felder- $\chi^2$ -Test ..... 491
- 14.2.11  $k \times 2$ - $\chi^2$ -Test ..... 492
- Übungsaufgaben ..... 493

<b>Kapitel 15 Faktorenanalyse</b> . . . . .	495	18.3	Mehrfaktorielle Diskriminanzanalyse . . . . .	596	
▷ 15.1	Faktorenanalyse im Überblick . . . .	495	18.4	Klassifikation . . . . .	596
▷ 15.2	Grundprinzip und Interpretation der Hauptkomponentenanalyse . . . .	500	Übungsaufgaben . . . . .	605	
15.3	Rechnerische Durchführung der Hauptkomponentenanalyse . . . .	508	<b>Kapitel 19 Kanonische Korrelationsanalyse</b> .	607	
15.4	Kriterien für die Anzahl der Faktoren . . . . .	527	▷ 19.1	Grundprinzip und Interpretation . .	607
15.5	Rotationskriterien . . . . .	530	19.2	Mathematischer Hintergrund . . . . .	613
15.6	Weitere faktorenanalytische Ansätze	540	19.3	Die kanonische Korrelation: Ein allgemeiner Lösungsansatz . . .	618
Übungsaufgaben . . . . .	546	19.4	Schlußbemerkung . . . . .	623	
<b>Kapitel 16 Clusteranalyse</b> . . . . .	547	Übungsaufgaben . . . . .	624		
16.1	Ähnlichkeits- und Distanzmaße . . .	548	<b>Anhang</b>		
16.1.1	Nominalskalierte Merkmale . . . . .	549	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	627	
16.1.2	Ordinalskalierte Merkmale . . . . .	550	A.	Das Rechnen mit dem Summenzeichen . . . . .	679
16.1.3	Intervallskalierte Merkmale . . . . .	550	B.	Das Rechnen mit Erwartungswerten	681
16.1.4	Gemischt-skalierte Merkmale . . . . .	552	C.	Das Rechnen mit Matrizen . . . . .	689
▷ 16.2	Übersicht clusteranalytischer Verfahren . . . . .	553	D.	Maximierung mit Nebenbedingungen . . . . .	701
16.2.1	Hierarchische Verfahren . . . . .	553	E.	SPSS-Beispiele . . . . .	703
16.2.2	Nicht-hierarchische Verfahren . . . .	555	F.	Verzeichnis der wichtigsten Abkürzungen und Symbole . . . . .	739
16.3	Durchführung einer Clusteranalyse .	557	G.	Glossar . . . . .	745
16.3.1	Die Ward-Methode . . . . .	557	H.	Formelverzeichnis . . . . .	757
16.3.2	Die k-means-Methode . . . . .	560	<b>Tabellen</b> . . . . .	763	
16.4	Evaluation clusteranalytischer Lösungen . . . . .	562	Tabelle A.	Binomialverteilungen . . . . .	763
Übungsaufgaben . . . . .	566	Tabelle B.	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung . .	768	
<b>Kapitel 17 Multivariate Mittelwertvergleiche</b>	567	Tabelle C.	Verteilungsfunktion der $\chi^2$ -Verteilungen . . . . .	773	
▷ 17.1	Mehrfache univariate Analysen oder eine multivariate Analyse? . . .	567	Tabelle D.	Verteilungsfunktion der t-Verteilungen und zweiseitige Signifikanzgrenzen für Produkt-Moment- Korrelationen . . . . .	775
17.2	Vergleich einer Stichprobe mit einer Population . . . . .	568	Tabelle E.	Verteilungsfunktion der F-Verteilungen . . . . .	776
17.3	Vergleich zweier Stichproben . . . . .	570	Tabelle F.	U-Test-Tabelle . . . . .	782
17.4	Einfaktorielle Varianzanalyse mit Meßwiederholungen . . . . .	572	Tabelle G.	Tabelle der kritischen Werte für den Wilcoxon-Test . . . . .	785
17.5	Einfaktorielle, multivariate Varianzanalyse . . . . .	574	Tabelle H.	Fishers Z-Werte . . . . .	786
17.6	Mehrfaktorielle, multivariate Varianzanalyse . . . . .	579	Tabelle I.	c-Koeffizienten für Trendtests (orthogonale Polynome) . . . . .	787
Übungsaufgaben . . . . .	583				
<b>Kapitel 18 Diskriminanzanalyse</b> . . . . .	585				
▷ 18.1	Grundprinzip und Interpretation der Diskriminanzanalyse . . . . .	586			
18.2	Mathematischer Hintergrund . . . . .	592			

Tabelle K. Kritische Werte  
 der  $F_{\max}$ -Verteilungen ..... 788  
 Tabelle L. Normal-Rang-Transformationen 789  
**Literaturverzeichnis** ..... 791

**Namenverzeichnis** ..... 817  
**Sachverzeichnis** ..... 827