

Mathematik für Wirtschafts- wissenschaftler

Einführung

Von

Dr. Karl Bosch

Professor für angewandte Mathematik
und Statistik an der
Universität Stuttgart-Hohenheim

14., vollständig überarbeitete Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	IX
---------	----

Kapitel 1: Grundlagen der Mengenlehre

1.1	Grundbegriffe	1
1.2	Mengenoperationen	3
1.3	Direkte Produkte von Mengen	6
1.4	Abbildungen von Mengen	8
1.5	Aufgaben	10

Kapitel 2: Reelle Zahlen, Ungleichungen und Beträge

2.1	Die natürlichen Zahlen	12
2.2	Die ganzen Zahlen	12
2.3	Die rationalen Zahlen	13
2.4	Die reellen Zahlen	14
2.5	Das Rechnen mit Ungleichungen und Beträgen	15
2.6	Aufgaben	18

Kapitel 3: Finanzmathematik- arithmetische und geometrische Zahlenfolgen und ihre endlichen Reihen

3.1	Die arithmetische Folge und Reihe	19
	1. Konstante absolute Produktionszunahme	19
	2. Lineare Abschreibung	19
	3. Zinsrechnung ohne Zinseszins	19
	4. Rückzahlung einer Schuld mit festem Tilgungssatz und zusätzlich anfallenden Zinsen	21
3.2	Die geometrische Folge und ihre endliche Reihe	22
	1. Konstanter relativer Produktionszuwachs	22
	2. Geometrisch-degressive Abschreibung	23
	3. Zinseszinsrechnung bei einmaliger Einzahlung	24
	4. Zinseszinsrechnung bei mehrmaligen Einzahlungen	26
	5. Tilgung einer Schuld in gleichen Jahresraten Rentenberechnung	28
	6. Unterjährige Einzahlungen bei jährlicher Zinsgutschrift	30
	7. Die unterjährige vorschüssige Rente	32
	8. Die unterjährige nachschüssige Rente	33
3.3	Aufgaben	34

Kapitel 4: Allgemeine Zahlenfolgen und stetige Verzinsung

4.1	Konvergente Zahlenfolgen	37
4.2	(Unendliche) geometrische Reihen	41
4.3	Die Eulersche Zahl e -stetige Verzinsung-stetiges Wachstum	42
4.4	Irrationale Zahlen als Grenzwerte rationaler Zahlenfolgen	44
4.5	Rekursiv definierte Folgen und das Prinzip der vollständigen Induktion	45
4.6	Aufgaben	49

Kapitel 5: Differenzialrechnung bei Funktionen einer Variablen

5.1	Darstellung von Funktionen einer Variablen	51
5.2	Stetige Funktionen	53
5.3	Die Ableitungen einer Funktion - Grenzkostenfunktion	58
5.3.1	Die erste Ableitung	58
5.3.2	Das Differenzial einer Funktion	65
5.3.3	Höhere Ableitungen	67
5.4	Kurvendiskussion	67
	1. Definitionsbereich	68
	2. Symmetrie	68
	3. Nullstellen	68
	4. Monotonie	68
	5. Krümmung	68
	6. Relative Extremwerte	68
	7. Wendepunkte	69
	8. Asymptoten	69
5.5	Der Mittelwertsatz der Differenzialrechnung	73
5.6	Exponentialfunktion, Logarithmus und Potenzfunktion	73
5.6.1	Die Exponentialfunktion	73
5.6.2	Der Logarithmus	75
5.6.3	Die Ableitung des natürlichen Logarithmus	77
5.6.4	Die Ableitung eines beliebigen Logarithmus	78
5.6.5	Die Ableitung der Exponentialfunktion	78
5.6.6	Die Ableitung einer beliebigen Potenzfunktion	79
5.7	Die trigonometrischen Funktionen	79
5.8	Die Elastizität und die logarithmische Ableitung	81
5.9	Die Taylorentwicklung	86
5.10	Unbestimmte Ausdrücke - die Regel von de l'Hospital	91
5.10.1	Unbestimmte Ausdrücke der Formen „ $0/0$; ∞/∞ ; $-\infty/\infty$ “	91
5.10.2	Unbestimmte Ausdrücke der Form „ $0 \cdot (\pm \infty)$ “	93
5.10.3	Unbestimmte Ausdrücke der Form „ $\infty - \infty$ “	94
5.10.4	Unbestimmte Ausdrücke der Form „ 0^0 ; 1^0 ; ∞^0 “	95
5.11	Aufgaben	96

Kapitel 6: Integralrechnung bei Funktionen einer Variablen

6.1	Das bestimmte Integral101
6.2	Die Integralfunktion106
6.3	Die Stammfunktion und das unbestimmte Integral	107
6.4	Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe einer Stammfunktion.108
6.5	Spezielle Integrationsmethoden.109
6.5.1	Die Substitutionsmethode.109
6.5.2	Partielle Integration.110
6.6	Uneigentliche Integrale.111
6.6.1	Integrale über unbeschränkte Intervalle.111
6.6.2	Integrale über unbeschränkte Funktionen.113
6.7	Anwendungen der Integralrechnung.114
6.7.1	Bestimmung einer Funktion aus einer vorgegebenen Grenzfunktion.114
6.7.2	Bestimmung einer Funktion aus einer vorgegebenen Elastizität	114
6.7.3	Der Gesamtumsatz bei gestaffelten und stetigen Preissenkungen	116
6.7.4	Die Konsumentenrente.118
6.7.5	Die Produzentenrente.119
6.7.6	Kapitalwert eines Ertragsstromes.120
6.8	Aufgaben.121

Kapitel 7: Funktionen von zwei Variablen

7.1	Stetige Funktionen.124
7.2	Partielle Ableitungen.129
7.3	Das totale Differenzial.132
7.4	Totale Differenziale höherer Ordnung - Taylorentwicklung134
7.5	Die Kettenregel und die Ableitung impliziter Funktionen135
7.6	Richtungsableitungen und Gradient.136
7.7	Homogene Funktionen.139
7.8	Extremwerte ohne Nebenbedingungen und Sattelpunkte144
7.9	Extremwerte unter einer Nebenbedingung.142
7.9.1	Die Eliminationsmethode.143
7.9.2	Die Methode von Lagrange.144
7.10	Aufgaben.146

Kapitel 8: Funktionen von mehreren Variablen	150
--	-----

Kapitel 9: Vektorrechnung.155
------------------------------------	------

9.1	n-dimensionale Vektoren.155
9.2	Darstellung von Geraden und Ebenen im \mathbb{R}^n161
9.3	Gleichung der Tangente an eine Fläche.163
9.4	Aufgaben.164

Kapitel 10: Matrizenrechnung166

Kapitel 11: Lineare Gleichungssysteme

11.1 Lösungsmöglichkeiten eines linearen Gleichungssystems . . .175
11.2 Der Gaußsche Algorithmus177
11.3 Lösung mit Hilfe der inversen Matrix.181
11.4 Aufgaben.184

Kapitel 12: Lineare Ungleichungen
und lineare Programmierung

12.1 Lineare Programmierung bei zwei Variablen188
12.2 Lineare Programmierung bei mehr als zwei Variablen . . .193
12.3 Aufgaben.194

Anhang

1. Ableitungen häufig vorkommender Funktionen.198
2. Ableitungsregeln198
3. Unbestimmte Integrale häufig vorkommender Funktionen .199
4. Integrationsregeln199

Lösungen der Aufgaben200

Sachwortverzeichnis214