

Peter Hartmann

Mathematik für Informatiker

Ein praxisbezogenes Lehrbuch

3., überarbeitete und erweiterte Auflage



Inhaltsverzeichnis

Teil I: Diskrete Mathematik und lineare Algebra	5
1 Mengen und Abbildungen	6
1.1 Mengenlehre	6
1.2 Relationen	13
1.3 Abbildungen	16
1.4 Übungsaufgaben	24
2 Logik	25
2.1 Aussagen und Aussagevariablen	25
2.2 Beweisprinzipien	33
2.3 Die Prädikatenlogik	36
2.4 Logik und Testen von Programmen	40
2.5 Übungsaufgaben	43
3 Natürliche Zahlen, vollständige Induktion, Rekursion	44
3.1 Die Axiome der natürlichen Zahlen	44
3.2 Die vollständige Induktion	45
3.3 Rekursive Funktionen	50
3.4 Übungsaufgaben	55
4 Etwas Zahlentheorie und Kryptographie	56
4.1 Kombinatorik	56
4.2 Teilbarkeit und Euklid'scher Algorithmus	61
4.3 Restklassen	66
4.4 Hashing	69
4.5 Kryptographie	72
4.6 Übungsaufgaben	80
5 Algebraische Strukturen	81
5.1 Gruppen	82
5.2 Ringe	86
5.3 Körper	89
5.4 Polynomdivision	95
5.5 Homomorphismen	100
5.6 Übungsaufgaben	104
6 Vektorräume	105
6.1 Die Vektorräume \mathbb{R}^2 , M^3 und R^n	105
6.2 Vektorräume	108
6.3 Lineare Abbildungen	111
6.4 Lineare Unabhängigkeit	115
6.5 Basis und Dimension von Vektorräumen	117
6.6 Koordinaten und lineare Abbildungen	121
6.7 Übungsaufgaben	127
7 Matrizen	128
7.1 Matrizen und lineare Abbildungen im \mathbb{R}^2	128
7.2 Matrizen und lineare Abbildungen von $K^n \rightarrow K^m$	134

7.3 Der Rang einer Matrix	140
7.4 Übungsaufgaben	144
8 Gauß'scher Algorithmus und lineare Gleichungssysteme	146
8.1 Der Gauß'sche Algorithmus	146
8.2 Berechnung der Inversen einer Matrix	150
8.3 Lineare Gleichungssysteme	152
8.4 Übungsaufgaben	159
9 Eigenwerte, Eigenvektoren und Basistransformationen	160
9.1 Determinanten	160
9.2 Eigenwerte und Eigenvektoren	167
9.3 Basistransformationen	174
9.4 Übungsaufgaben	181
10 Skalarprodukt und orthogonale Abbildungen	183
10.1 Skalarprodukt	183
10.2 Orthogonale Abbildungen	18
10.3 Homogene Koordinaten	193
10.4 Übungsaufgaben	201
11 Graphentheorie	202
11.1 Grundbegriffe der Graphentheorie	202
11.2 Bäume	206
11.3 Durchlaufen von Graphen	215
11.4 Gerichtete Graphen	219
11.5 Übungsaufgaben	225
Teil II: Analysis	227
12 Die reellen Zahlen	228
12.1 Die Axiome der reellen Zahlen	228
12.2 Topologie	233
12.3 Übungsaufgaben	238
13 Folgen und Reihen	239
13.1 Zahlenfolgen	239
13.2 Reihen	249
13.3 Darstellung reeller Zahlen in Zahlensystemen	254
13.4 Übungsaufgaben	260
14 Stetige Funktionen	261
14.1 Stetigkeit	261
14.2 Elementare Funktionen	267
14.3 Eigenschaften stetiger Funktionen	274
14.4 Übungsaufgaben	283
15 Differenzialrechnung	284
15.1 Differenzierbare Funktionen	284
15.2 Potenzreihen	299
15.3 Taylorreihen	303
15.4 Differenzialrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher	309
15.5 Übungsaufgaben	314

16 Integralrechnung	316
16.1 Das Integral stückweise stetiger Funktionen	316
16.2 Integralanwendungen	327
16.3 Fourierreihen	332
16.4 Übungsaufgaben	340
17 Differenzialgleichungen	341
17.1 Was sind Differenzialgleichungen?	341
17.2 Differenzialgleichungen erster Ordnung	345
17.3 Lineare Differenzialgleichungen n-ter Ordnung	349
17.4 Übungsaufgaben	356
18 Numerische Verfahren	357
18.1 Probleme numerischer Berechnungen	357
18.2 Nichtlineare Gleichungen	362
18.3 Splines	366
18.4 Numerische Integration	372
18.5 Numerische Lösung von Differenzialgleichungen	375
18.6 Übungsaufgaben	378
Teil III: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	381
19 Wahrscheinlichkeitsräume	382
19.1 Fragestellungen der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung	382
19.2 Der Wahrscheinlichkeitsbegriff	387
19.3 Bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse	393
19.4 Urnenexperimente	400
19.5 Übungsaufgaben	403
20 Zufallsvariable	404
20.1 Zufallsvariable und Verteilungsfunktionen	404
20.2 Erwartungswert und Varianz von Zufallsvariablen	412
20.3 Übungsaufgaben	419
21 Wichtige Verteilungen	420
21.1 Diskrete Verteilungen	420
21.2 Die Poisson-Verteilung und der Poisson-Prozess	425
21.3 Stetige Verteilungen, die Normalverteilung	431
21.4 Übungsaufgaben	442
22 Statistische Verfahren	443
22.1 Parameterschätzung	443
22.2 Konfidenzintervalle	448
22.3 Hypothesentest	454
22.4 Übungsaufgaben	465
23 Anhang	466
Die Standardnormalverteilung	466
Literaturverzeichnis	467
Index	469