

Lehrbuch der Mathematik

Für Mathematiker, Informatiker
und Physiker

Band III: Analysis mehrerer Veränderlicher
Integrationstheorie

von
Prof. Dr. Uwe Storch
und
Dr. Hartmut Wiebe
Ruhr-Universität Bochum



Wissenschaftsverlag

Mannheim • Leipzig • Wien • Zürich

Inhaltsverzeichnis

I Topologische Grundbegriffe

§1 Topologische Räume und stetige Abbildungen

1.A	Metrische Räume	15
1.B	Topologische Räume	21
1.C	Stetige Abbildungen	30

§2 Zusammenhängende und kompakte Räume

2.A	Zusammenhängende Räume	36
2.B	Kompakte Räume	44

§3 Vollständige metrische Räume - Gleichmäßige Konvergenz

3.A	Vollständige metrische Räume	59
3.B	Gleichmäßige Konvergenz	64

II Differentialrechnung

§4 Differenzierbare Kurven

4.A	Der Begriff der differenzierbaren Kurve	74
4.B	Beispiel: Winkelgeschwindigkeit	84
4.C	Taylor-Formel	95
4.D	Kurvenlänge	97
4.E	Krümmungen	109

§5 Totale Differenzierbarkeit

5.A	Richtungsableitungen	126
5.B	Differenzierbarkeit	131
5.C	Taylor-Formel	144
5.D	Analytische Abbildungen	156

§6 Implizite Funktionen

6.A	Der Satz über implizite Funktionen	160
6.B	Diffeomorphismen • Koordinatensysteme	172
6.C	Der Satz vom konstanten Rang	186

§7 Differentialformen und Kurvenintegrale • Vektorfelder

7.A	Differentialformen	190
7.B	Stammfunktionen und Kurven-Integrale	193
7.C	Fundamentalgruppen und Überlagerungen	207

7.D	Beispiele	231
7.E	Geschlossene und exakte 1-Formen	244
7.F	Die Fundamentalsätze der Funktionentheorie	254
7.G	Ebene Gebiete und der Residuensatz	262
7.H	Vektorfelder	275

III Gewöhnliche Differentialgleichungen

§8 Dynamische Systeme

8.A	Der Satz von Picard-Lindelöf	291
8.B	Flüsse	300
8.C	Beispiele und Anwendungen	308
8.D	Numerische Lösungsverfahren	339

§9 Stabilität

9.A	Ljapunov-Stabilität	347
-----	---------------------	-----

§10 Elemente der Variationsrechnung

10.A	Die Eulerschen Differentialgleichungen	360
10.B	Beispiele	373

IV Maß- und Integrationstheorie

§11 Maße

11.A	Mengen ohne Volumen	395
11.B	Mengenalgebren	401
11.C	Maßräume	407
11.D	Grundlegende Existenz- und Eindeutigkeitsätze	414

§12 Das Borel-Lebesgue-Maß

12.A	Maße auf \mathbb{R}	422
12.B	Das Borel-Lebesgue-Maß auf \mathbb{R}^n	427
12.C	Volumina und Determinanten • Erste Beispiele	431

§13 Verallgemeinerte Maße

13.A	Der Zerlegungssatz von Jordan-Hahn	453
------	------------------------------------	-----

§14 Integration

14.A	Meßbare Funktionen	458
14.B	Integrierbare Funktionen	462
14.C	Der Satz von Fubini	480
14.D	Konvergenzsätze	495
14.E	Die Transformationsformel	500
14.F	Der Satz von Radon-Nikodym	506

§15 L^p -Räume

15.A	Einführung der L^p -Räume	511
15.B	L^2 -Räume	521

§16 Beispiele

16.A Miscellanea	538
16.B Beispiele aus der Physik	555

V Fourier-Transformation**§17 Die Fourier-Transformation**

17.A Der Begriff der Fourier-Transformation und Rechenregeln	581
17.B Der Umkehrsatz.	593
17.C Fourier-Transformierte quadratintegrierbarer Funktionen	599
17.D Konvergenz von Maßen und ihren Fourier-Transformierten	604
17.E Beispiele.	609

§18 Die Laplace-Transformation

18.A Der Begriff der Laplace-Transformation und Rechenregeln	622
18.B Beispiele.	628

VI Stochastik**§19 Wahrscheinlichkeitstheorie**

19.A Wahrscheinlichkeitsräume	634
19.B Beispiele.	641
19.C Konvergenzbegriffe und Gesetze großer Zahlen	657
19.D Normalverteilungen.	674
19.E Der Zentrale Grenzwertsatz.	686

§20 Statistik

20.A Konfidenzbereiche.	697
20.B Tests.	719
20.C Regression.	734

Tafeln	750
Literaturverzeichnis	760
Symbolverzeichnis	764
Stichwortverzeichnis	766