

Uwe Storch / Hartmut Wiebe

# Lehrbuch der Mathematik

Band 4

Analysis auf Mannigfaltigkeiten  
Funktionentheorie - Funktionalanalysis

# Inhaltsverzeichnis

## I Differenzierbare Mannigfaltigkeiten

### §1 Grundbegriffe

LA	Der Begriff der differenzierbaren Mannigfaltigkeit	.13
1.B	Beispiele	.21
1.C	Differenzierbare Abbildungen	.31
1.D	Tangentialräume	.39

### §2 Tangentialbündel und Kotangentialbündel

2.A	Tangentialbündel und Vektorfelder	.52
2.B	Untermannigfaltigkeiten	.63
2.C	Flüsse	.84
2.D	Kotangentialbündel und Pfaffsche Formen	.93
2.E	Mannigfaltigkeiten mit Rand	.100

### §3 Lie-Gruppen

3.A	Lie-Gruppen und ihre Lie-Algebren	.109
3.B	Die Exponentialabbildung	.118
3.C	Operationen von Lie-Gruppen	.144

### §4 Beispiele und Ergänzungen

4.A	Mannigfaltigkeiten linearer Objekte	.152
4.B	Topologie von Restmannigfaltigkeiten	.164
4.C	Überlagerungen	.167
4.D	D'Alembertsches Prinzip	.190
4.E	Noethersches Theorem	.198

### §5 Drei grundlegende Sätze

5.A	Zerlegung der Eins	.209
5.B	Der Satz von Sard	.213
5.C	Quotientenmannigfaltigkeiten	.215

## II Multilineare Algebra

### §6 Tensorprodukte

6.A	Tensorprodukte	.226
6.B	Tensorprodukte normierter Räume	.240
6.C	Tensoralgebren	.254

<b>§7 Äußere und symmetrische Potenzen</b>	
7.A Äußere Algebren . . . . .	265
7.B Clifford-Algebren . . . . .	288
7.C Symmetrische Algebren . . . . .	300

### III Analysis auf Mannigfaltigkeiten

<b>§8 Vektorbündel</b>	
8.A Der Begriff des Vektorbündels . . . . .	308
8.B Konstruktion von Vektorbündeln . . . . .	323
8.C Beispiele . . . . .	334
<b>§9 Differenzialformen</b>	
9.A Tensorfelder und Differenzialformen . . . . .	348
9.B Orientierungen . . . . .	354
9.C Die äußere Ableitung . . . . .	366
9.D DeRham-Kohomologie . . . . .	373
<b>§10 Zusammenhänge</b>	
10.A Zusammenhänge und der Satz von Frobenius . . . . .	398
10.B Lineare Zusammenhänge . . . . .	426
10.C Affine Zusammenhänge . . . . .	441

### IV Integration auf Mannigfaltigkeiten

<b>§11 Die Integralsätze</b>	
11.A Der Integralbegriff . . . . .	455
11.B Der Satz von Gauß-Stokes . . . . .	472
11.C DeRham-Kohomologie mit kompaktem Träger . . . . .	495
<b>§12 Ergänzungen zur de Rham-Kohomologie</b>	
12.A Poincare-Dualität • Künneth-Formeln . . . . .	503
12.B Singuläre Homologie und Kohomologie • Der Satz von de Rham . . . . .	508
12.C Weitere Beispiele zur singulären Homologie und Kohomologie . . . . .	520
<b>§13 Anwendungen und Beispiele</b>	
13.A Elementare Theorie der harmonischen Funktionen . . . . .	545
13.B Elastizitätslehre • Hydrodynamik . . . . .	581
13.C Maxwellsche Gleichungen . . . . .	600
13.D Haarsche Maße . . . . .	605
<b>§14 Pseudo-Riemannsche Mannigfaltigkeiten</b>	
14.A Metrische Tensoren und Krümmungstensoren . . . . .	619
14.B Beispiele . . . . .	634
14.C Vollständige Riemannsche Mannigfaltigkeiten . . . . .	666

## V Funktionentheorie

### §15 Isolierte Singularitäten

15.A Laurent-Entwicklungen und isolierte Singularitäten . . . . .	682
15.B Holomorphe Vektorbündel . . . . .	700
15.C Verzweigte Überlagerungen . . . . .	708

### §16 Beispiele und Ergänzungen

16.A Beispiele konkreter Riemannscher Flächen. . . . .	720
16.B Beweis des Satzes von Riemann-Roch . . . . .	741
16.C Elliptische Riemannsche Flächen. . . . .	751

### §17 Uniformisierung

17.A Klassifikation Riemannscher Flächen. . . . .	775
17.B Der Riemannsche Abbildungssatz . . . . .	782

## VI Funktionalanalysis

### §18 Lokal konvexe Räume

18. A Grundbegriffe . . . . .	789
18.B Dualität . . . . .	806
18.C Beispiele: Maße und Distributionen. . . . .	814

### §19 Spektraltheorie

19.A Das Spektrum. . . . .	832
19.B Der Spektralsatz für stetige normale Operatoren. . . . .	843
19.C Der allgemeine Spektralsatz für normale Operatoren. . . . .	854

Literaturverzeichnis . . . . .	870
Stichwortverzeichnis . . . . .	873