

Eckhard Rebhan

# Theoretische Physik

Band 2

Quantenmechanik,  
Relativistische Quantenmechanik,  
Quantenfeldtheorie, Elementarteilchentheorie,  
Thermodynamik und Statistik



**ELSEVIER**  
SPEKTRUM  
AKADEMISCHER  
VERLAG

**Spektrum**

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Quantenmechanik</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Einleitung zur Quantenmechanik</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Empirische Grundlagen der Quantentheorie</b>	<b>5</b>
2.1	Konzepte der klassischen Physik: Teilchen und Wellen . . . . .	5
2.2	Quanteneffekte und Teilcheneigenschaften bei Wellen . . . . .	7
2.2.1	Hohlraumstrahlung . . . . .	7
2.2.2	Photoelektrischer Effekt . . . . .	13
2.2.3	Compton-Effekt . . . . .	14
2.2.4	Weitere Beispiele . . . . .	17
2.2.5	Welle-Teilchen-Dualismus . . . . .	17
2.3	Quanteneffekte und Welleneigenschaften bei Teilchen . . . . .	17
2.3.1	Atomismus der Materie . . . . .	17
2.3.2	Einsteinsche Theorie der Wärmekapazität . . . . .	19
2.3.3	Stern-Gerlach-Experiment und Drehimpulsquantisierung . . . . .	21
2.3.4	Materiewellen und Beugung von Elektronenstrahlen . . . . .	22
2.4	Deutung des Atombaus aus Quantenerscheinungen . . . . .	24
2.4.1	Bohrsches Atommodell . . . . .	25
2.4.2	Franck-Hertz-Versuch . . . . .	27
2.5	Ältere Quantentheorie . . . . .	29
2.5.1	Quantisierungsregeln und Korrespondenzprinzip . . . . .	29
2.5.2	Versagen der älteren Quantentheorie . . . . .	31
	Aufgaben . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Wellenmechanik</b>	<b>36</b>
3.1	Welle-Teilchen-Relationen bei Materiewellen . . . . .	36
3.2	Schrödinger-Gleichung für Einzelteilchen . . . . .	40
3.2.1	Einfacher Zugang zur Schrödinger-Gleichung . . . . .	40
3.2.2	Wirkungsfunktion der klassischen Mechanik . . . . .	41
3.2.3	Vertiefter Zugang zur Schrödinger-Gleichung . . . . .	43
3.2.4	Geladenes Teilchen im elektromagnetischen Feld . . . . .	51
3.2.5	Schrödinger-Gleichung in krummlinigen Koordinaten . . . . .	53
3.2.6	Eigenschaften der Schrödinger-Gleichung . . . . .	54
3.3	Rechnen mit linearen Operatoren . . . . .	56
3.4	Physikalische Bedeutung der Wellenfunktion und Erhaltungssätze . . . . .	59
3.4.1	Zeitverhalten der Größe $\langle ty \rangle$ . . . . .	60
3.4.2	Statistische Interpretation der Quantenmechanik und induktive Feldquantisierung . . . . .	61

3.4.3	Quantenwahrscheinlichkeiten . . . . .	64
3.4.4	Energieerhaltung . . . . .	65
3.4.5	Quantenmechanischen Sätze für den mittleren Ort, Impuls und Drehimpuls eines Teilchens . . . . .	68
3.5	Schrödinger-Gleichung für Systeme wechselwirkender Teilchen . . . . .	71
3.5.1	Interpretation und Normierung von $\psi$ . . . . .	76
3.5.2	Zeitverhalten von Mittelwerten . . . . .	78
3.6	Formale Korrespondenz mit der klassischen Mechanik . . . . .	80
3.6.1	Kanonische Form der quantenmechanischen Gleichungen . . . . .	80
3.6.2	Vergleich mit den Poisson-Klammer-Formulierung der Mechanik . . . . .	83
3.6.3	Symmetrie und Erhaltungssätze . . . . .	84
3.7	Mathematischer Formalismus der Wellenmechanik . . . . .	86
3.7.1	Darstellung physikalischer Größen durch hermitesche Operatoren . . . . .	87
3.7.2	Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelationen . . . . .	91
3.7.3	Fehlende Streuung, Eigenzustände hermitescher Operatoren und stationäre Lösungen der Schrödinger-Gleichung . . . . .	94
3.7.4	Energie-Zeit-Unschärferelation . . . . .	95
3.7.5	Eigenfunktionen und Spektrum hermitescher Operatoren . . . . .	98
3.7.6	Vollständigkeitsrelationen und Entwicklung nach Eigenfunktionen . . . . .	107
3.7.7	Gemeinsame Eigenfunktionen kommutierender Operatoren und Festlegung der Zustände bei Entartung . . . . .	109
3.7.8	Zur Hermitezität Observablen repräsentierender Operatoren . . . . .	113
3.7.9	Amplitudendarstellung der Schrödinger-Gleichung . . . . .	114
3.8	Anhang . . . . .	116
Aufgaben . . . . .		118
<b>4</b>	<b>Einfache Anwendungen der Wellenmechanik</b>	<b>129</b>
4.1	Systeme mit einem Freiheitsgrad . . . . .	129
4.1.1	Brechung monochromatischer Materiewellen . . . . .	129
4.1.2	Tunneleffekt . . . . .	131
4.1.3	Eigenlösungen von $H$ für eine Potentialmulde . . . . .	136
4.1.4	Eindimensionaler harmonischer Oszillator . . . . .	141
Exkurs 4.1:	Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren . . . . .	147
4.1.5	Anharmonischer Oszillator . . . . .	149
4.2	Systeme mit mehreren Freiheitsgraden . . . . .	151
4.2.1	Variablentrennung beim Zwei-Körper-Problem . . . . .	151
4.2.2	Eigenwertspektrum der Operatoren $L^2$ und $L_z$ . . . . .	156
4.2.3	Kugelfunktionen als Eigenfunktionen von $L^2$ und $L_z$ . . . . .	160
4.2.4	Wasserstoffatom . . . . .	166
4.2.5	Coulomb-Streuung . . . . .	170
4.2.6	Normaler Zeeman-Effekt des H-Atoms . . . . .	177
4.2.7	Zweiatomige Moleküle . . . . .	179
Aufgaben . . . . .		181
<b>5</b>	<b>Meßgrößen und Meßprozeß</b>	<b>194</b>
5.1	Klassische Messungen . . . . .	194

5.2	Definition quantenmechanischer Meßgrößen . . . . .	197
5.3	Nicht-klassische Observablen . . . . .	204
	5.3.1 Paritätsoperator. . . . .	204
	5.3.2 Bohm-Aharonov-Effekt. . . . .	205
5.4	Deutung von Mittelwert und Streuung . . . . .	209
5.5	Erste und zweite Reduktion der Wellenfunktion. . . . .	210
5.6	Unschärferelationen und prinzipielle Meßgenauigkeit . . . . .	220
	5.6.1 Orts-Impuls-Unschärferelation. . . . .	221
	5.6.2 Unschärferelationen und Energieerhaltung . . . . .	222
5.7	Zur Messung mit Licht . . . . .	224
	Aufgaben. . . . .	226
<b>6</b>	<b>Quantenmechanik in Hilbert-Räumen</b>	<b>227</b>
6.1	Darstellungen der Quantenmechanik. . . . .	227
6.2	Mathematische Grundlagen. . . . .	231
	6.2.1 Hilbert-Räume. . . . .	231
	6.2.2 Uneigentliche Hilbert-Raum-Vektoren. . . . .	236
	6.2.3 Hilbert-Raum-Operatoren. . . . .	237
	6.2.4 Komponenten von Vektoren und Operatoren. . . . .	243
	6.2.5 Unitäre Operatoren und unitäre Transformationen. . . . .	245
6.3	Formulierung der Quantenmechanik in Hilbert-Räumen. . . . .	247
	6.3.1 Grundpostulate. . . . .	247
	Exkurs 6.1: Klassische und Quanten-Wahrscheinlichkeiten. . . . .	251
	6.3.2 Quantenmechanische Bewegungsgleichung im Schrödinger-Bild . . . . .	252
	6.3.3 Quantenmechanische Bewegungsgleichung im Heisenberg-Bild . . . . .	255
	6.3.4 Operatoren für Ort, Impuls und Energie. . . . .	257
	6.3.5 Ortsdarstellung und Übergang zur Wellenmechanik. . . . .	266
	6.3.6 Feynmansche Pfadintegralmethode. . . . .	269
6.4	Meßprozeß und Hilbert-Raum-Operatoren. . . . .	274
	6.4.1 Allgemeine Operatoren als Meßgrößen. . . . .	274
	6.4.2 Dichteoperatoren. . . . .	275
	Aufgaben. . . . .	279
<b>7</b>	<b>Spin 1/2</b>	<b>282</b>
7.1	Experimente zum Elektronenspin . . . . .	282
	7.1.1 Stern-Gerlach-Versuch . . . . .	282
	7.1.2 Anomaler Zeeman-Effekt. . . . .	284
	7.1.3 Dublett-Aufspaltung . . . . .	284
	7.1.4 Einstein-de Haas-Effekt . . . . .	284
	7.1.5 Zur Deutung des Elektronenspins. . . . .	285
7.2	Theoretische Beschreibung des Spins. . . . .	285
	7.2.1 Direkter Produktraum . . . . .	286
	7.2.2 Postulate für den Spin 1/2. . . . .	289
	7.2.3 Spinoren, Pauli-Matrizen und Pauli-Gleichung . . . . .	291
7.3	Wahrscheinlichkeiten, Kontinuitätsgleichung und Erwartungswerte . . . . .	296
7.4	Einfache Anwendungen. . . . .	299

7.4.1	Präzession des Spins im Magnetfeld . . . . .	299
7.4.2	Anomaler Zeeman-Effekt des H-Atoms. . . . .	300
7.4.3	Spinresonanz und Rabi-Versuch. . . . .	302
7.5	Addition von Drehimpulsen. . . . .	306
7.5.1	Vertauschungsrelationen von $J_x$ , $J_y$ und $\mathbf{J}=\mathbf{J}_1+\mathbf{J}_2$ . . . . .	307
7.5.2	Spektrum von $J^2$ und $J_z$ . . . . .	307
7.5.3	Eigenzustände von $J^2$ und $J_z$ . . . . .	311
7.5.4	Spin-Bahn-Kopplung. . . . .	313
	Aufgaben. . . . .	316
<b>8</b>	<b>Störungsrechnung und Näherungsverfahren</b>	<b>320</b>
8.1	Stationäre Störung nicht-entarteter Eigenzustände. . . . .	320
8.1.1	Formale Lösung des Problems. . . . .	321
8.1.2	Explizite Näherungslösungen. . . . .	322
8.1.3	Zur Anwendbarkeit der Störungsrechnung . . . . .	325
8.2	Stationäre Störung entarteter Eigenzustände. . . . .	326
8.2.1	Störenergie erster Ordnung und neue Basisvektoren $ E_f^{(a)}\rangle$ . . . . .	327
8.2.2	Transformation des Eigenwertproblems. . . . .	328
8.2.3	Störungstheorie für das transformierte Problem. . . . .	330
8.2.4	Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften. . . . .	333
8.3	Rayleigh-Ritzsches Näherungsverfahren. . . . .	334
8.3.1	Variationsform des Eigenwertproblems. . . . .	334
8.3.2	Rayleigh-Ritz-Methode. . . . .	336
8.4	Zeitabhängige Störungsrechnung. . . . .	338
8.4.1	Problemstellungen. . . . .	338
8.4.2	Wechselwirkungsbild. . . . .	340
8.4.3	Störungsrechnung. . . . .	343
8.4.4	Übergänge erster Ordnung. . . . .	345
8.5	WKB-Näherung. . . . .	354
	Aufgaben. . . . .	357
<b>9</b>	<b>Systeme identischer Teilchen</b>	<b>361</b>
9.1	Modellsystem zweier identischer Teilchen ohne Spin. . . . .	361
9.2	System vieler identischer Teilchen mit Spin. . . . .	369
9.2.1	Symmetrische Darstellung der Teilchenzustände. . . . .	370
9.2.2	Permutationsoperatoren. . . . .	371
9.2.3	Übergang zu neuen Basiszuständen. . . . .	376
9.2.4	Symmetriezerlegung und Separation der Bewegungsgleichung. . . . .	377
9.2.5	Vollständigkeitsrelation und Orthonormierung. . . . .	379
9.2.6	Symmetrisierungspostulat und Spin-Statistik-Theorem. . . . .	382
9.2.7	Ausschließungsprinzip von Pauli. . . . .	386
9.2.8	Nicht-Berücksichtigung ferner Teilchen. . . . .	387
9.3	Heliumatom. . . . .	389
9.3.1	Zustandsraum der Spinzustände. . . . .	389
9.3.2	Kombinierte Spin-Bahn-Zustände. . . . .	391
9.3.3	Eigenwertproblem der Bahnzustände. . . . .	392

9.3.4	Berechnung der Eigenwerte und Eigenfunktionen	393
9.4	Atombau und Periodensystem der Elemente	399
9.4.1	Schalenmodell	400
9.4.2	Hartree-Fock-Näherung	401
9.4.3	Periodensystem der Elemente	406
9.5	Moleküle	410
9.5.1	Born-Oppenheimer-Näherung	410
9.5.2	Wasserstoffmolekül	414
9.5.3	Klassifizierung der Molekülspektren	419
Aufgaben		421
<b>10</b>	<b>Interpretation und Probleme der Quantenmechanik</b>	<b>427</b>
10.1	Vollständigkeit der Quantentheorie	428
10.1.1	De Broglies Schachtel-Paradoxon	429
	Exkurs 10.1: Modifikation des Doppelspaltexperiments*	432
10.2	Von-Neumann-Theorem	433
10.2.1	Gesamtheit der Messungen an einem Spin-1/2-System	433
10.2.2	Konsequenzen der Existenz verborgener Variablen	435
10.2.3	Von-Neumann-Theorem	436
10.2.4	Gegenbeispiel	438
10.3	Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon	442
10.3.1	Vorbetrachtung	442
10.3.2	Ursprüngliches EPR-Paradoxon	443
10.3.3	Bohmsche Variante des EPR-Paradoxons	445
10.3.4	Bellsche Ungleichung	448
10.3.5	Experimentell überprüfbare Ungleichungen	452
10.3.6	Versuche zur Auflösung des EPR-Paradoxons	458
10.4	Bohmsche Mechanik	463
10.4.1	Ein-Teilchen-System	464
10.4.2	Mehr-Teilchen-Systeme	469
10.5	Schrödingers Katze, Meßproblem und Dekohärenz	473
Aufgaben		478
<b>II</b>	<b>Relativistische Quantenmechanik</b>	<b>479</b>
<b>11</b>	<b>Einleitung zur Relativistischen Quantenmechanik</b>	<b>481</b>
<b>12</b>	<b>Dirac-Theorie des Elektrons und des Neutrinos</b>	<b>482</b>
12.1	Ergebnisse der klassischen relativistischen Mechanik	482
12.2	Aufstellung der Dirac-Gleichung	484
12.2.1	Dirac-Gleichung im kräftefreien Fall	488
12.2.2	Bestimmung der Dirac-Matrizen $\alpha'$ und $\beta$	492
12.2.3	Dirac-Gleichung mit elektromagnetischem Feld	494
12.3	Operatoren, Mittelwerte und Ehrenfestisches Theorem	495
12.4	Ebene-Welle-Lösungen für freie Teilchen	498

12.5	Wellenpakete und Gruppengeschwindigkeit . . . . .	502
12.6	Frontgeschwindigkeit von Wellenpaketen . . . . .	504
12.7	Mischung positiver und negativer Energien. . . . .	507
12.8	Nicht-relativistischer Grenzfall der Dirac-Gleichung . . . . .	511
	12.8.1 Zeitunabhängige Felder $A$ und $0$ . . . . .	512
	12.8.2 Zeitabhängige Felder $A$ und $\langle P \rangle$ . . . . .	517
	Exkurs 12.1: Ableitungs-Linearisierung der Schrödinger-Gleichung ..	518
12.9	Spinoperator $I$ . . . . .	520
12.10	Kovarianz der Dirac-Gleichung . . . . .	523
	Exkurs 12.2: Allgemeines Transformationsgesetz für Dirac-Spinoren ..	527
12.11	Eigenschaften der Dirac-Matrizen $\gamma^{\mu}$ . . . . .	531
12.12	Kovariante Kontinuitätsgleichung . . . . .	533
12.13	Diracs Löchertheorie und Theorie des Positrons. . . . .	535
	12.13.1 Lösungen negativer Energie und Löchertheorie. . . . .	535
	12.13.2 Positronlösungen durch Ladungskonjugation. . . . .	540
	12.13.3 P-Invarianz, T-Invarianz und CPT-Symmetrie. . . . .	544
12.14	Dirac-Gleichung für Neutrinos. . . . .	552
12.15	Viel-Teilchen-Phänomene in der Dirac-Theorie. . . . .	554
	12.15.1 Kleinsches Paradoxon. . . . .	554
	12.15.2 Polarisierung des Vakuums. . . . .	557
	12.15.3 Orts-Impuls-Unschärferelation und Paarerzeugung ..	558
	Aufgaben. . . . .	559
<b>13</b>	<b>Anwendungen der Dirac-Theorie</b> . . . . .	<b>564</b>
13.1	Zitterbewegung des Elektrons. . . . .	564
13.2	Zerlegung der Dirac-Gleichung in zwei zweikomponentige Gleichungen	567
	13.2.1 Freie Teilchen. . . . .	568
	13.2.2 Teilchen mit elektromagnetischer Wechselwirkung . . . . .	574
13.3	Zur Feinstruktur des Wasserstoffatoms. . . . .	579
13.4	Relativistisches Wasserstoffatom bei ruhendem Kern. . . . .	581
	13.4.1 Einführen von Polarkoordinaten und Variablenseparation . . . .	582
	13.4.2 Lösung für die winkelabhängigen Funktionen. . . . .	585
	13.4.3 Lösung der Radialgleichungen, Energieeigenwerte und	
	Eigenzustände. . . . .	586
	13.4.4 Diskussion der Energieniveaus. . . . .	588
13.5	Zur Hyperfeinstruktur des Wasserstoffatoms. . . . .	590
	Aufgaben. . . . .	591
<b>14</b>	<b>Klein-Gordon-Theorie</b> . . . . .	<b>594</b>
14.1	Klein-Gordon-Schrödinger-Gleichung . . . . .	594
14.2	Nicht-relativistischer Grenzfall. . . . .	597
14.3	Schrödinger-Form der Klein-Gordon-Schrödinger-Gleichung. . . . .	598
14.4	Geschwindigkeitsoperator. . . . .	600
14.5	Ebene-Welle-Lösungen für freie Teilchen. . . . .	601
14.6	Ladungskonjugation. . . . .	602
14.7	Reinterpretation der Klein-Gordon-Theorie. . . . .	603

14.7.1	Kontinuitätsgleichung, Teilchendichte und Teilchenstrom . . . .	603
14.7.2	Physikalische Interpretation . . . . .	604
14.8	Ladungskonjugation und CPT-Symmetrie. . . . .	607
	Aufgaben. . . . .	608

**III Quantenfeldtheorie 611**

**15 Einleitung zur Quantenfeldtheorie 613**

**16 Fock-Darstellung von Viel-Teilchen-Zuständen 615**

16.1	Darstellung von $N$ -Teilchen-Zuständen . . . . .	615
16.2	Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Bosonen. . . . .	617
16.3	Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Fermionen. . . . .	620
16.4	Besetzungszahl- und Teilchenzahloperatoren. . . . .	623
16.5	Darstellung physikalischer Observablen durch Erzeuger und Vernichter .	624
16.6	Feldoperatoren. . . . .	627
16.6.1	Unitäre Transformation zu Feldoperatoren. . . . .	627
16.6.2	Darstellung physikalischer Observablen durch Feldoperatoren .	629
	Aufgaben. . . . .	631

**17 Klassische relativistische Feldtheorie 634**

17.1	Mechanisches Beispiel einer Feldtheorie. . . . .	635
17.2	Hamiltonsches Prinzip für Feldtheorien. . . . .	637
17.3	Hamiltonsche Bewegungsgleichungen für Feldtheorien. . . . .	639
17.4	Anwendung auf spezielle Felder. . . . .	642
17.4.1	Schrödinger-Feld . . . . .	642
17.4.2	Klein-Gordon-Schrödinger-Feld. . . . .	645
17.4.3	Maxwell-Feld. . . . .	648
17.4.4	Dirac-Feld. . . . .	650
17.5	Noether-Theorem und Erhaltungssätze. . . . .	652
17.5.1	Ableitung des allgemeinen Noether-Theorems. . . . .	652
17.5.2	Translationsinvarianz und Energie-Impuls-Erhaltung. . . . .	655
17.5.3	Rotationsinvarianz und Drehimpulserhaltung. . . . .	658
17.5.4	Eichinvarianz und Ladungserhaltung. . . . .	662
	Aufgaben. . . . .	663

**18 Kanonische Feldquantisierung 667**

<b>18.1</b>	Quantisierung des Schrödinger-Feldes. . . . .	669
18.1.1	Quantisierung für Bosonen . . . . .	670
18.1.2	Jordan-Wigner-Quantisierung für Fermionen. . . . .	677
18.1.3	Zur physikalischen Bedeutung der Feldquantisierung. . . . .	679
<b>18.2</b>	Quantisierung des Klein-Gordon-Schrödinger-Feldes. . . . .	680
18.2.1	Bosonische Feldquantisierung . . . . .	681
18.2.2	Lorentz-invariante Vertauschungsrelationen . . . . .	692
18.2.3	Mikrokausalität . . . . .	694



18.3	Quantisierung des Maxwell'schen Vakuumfeldes. . . . .	696
18.3.1	Zahl der Freiheitsgrade des freien Feldes. . . . .	696
18.3.2	Vertauschungsrelationen und Bewegungsgleichung. . . . .	697
18.3.3	Entwicklung nach Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren. . . . .	700
18.3.4	Energie und Impuls der Photonen. . . . .	704
18.3.5	Teilchenzahloperatoren und Metrik des Photonen-Hilbert-Raums. . . . .	705
18.3.6	Berücksichtigung der Lorentz-Eichung. . . . .	707
18.3.7	Photonenspin. . . . .	709
18.3.8	Vakuumfluktuationen. . . . .	712
18.4	Quantisierung des freien Dirac-Feldes. . . . .	714
18.4.1	Bewegungsgleichung für den Feldoperator $\hat{\psi}(x, 0)$ . . . . .	715
18.4.2	Entwicklung nach ebenen Wellen. . . . .	715
18.4.3	Eigenschaften der Spinoren $u(\not{p}, p)$ und $v(\not{p}, p)$ . . . . .	723
	Aufgaben. . . . .	725
<b>19</b>	<b>Wechselwirkende Felder</b>	<b>728</b>
	Exkurs 19.1: Erinnerung an das Wechselwirkungsbild. . . . .	730
19.1	Zeitgeordnete Produkte. . . . .	733
19.2	Wicksches Theorem. . . . .	736
19.3	Propagatoren. . . . .	742
19.3.1	Feynman-Propagator des Klein-Gordon-Schrödinger-Feldes. . . . .	742
	Exkurs 19.2: Hilfsmittel aus der Funktionentheorie. . . . .	743
19.3.2	Feynman-Propagator des Dirac-Feldes. . . . .	747
19.3.3	Feynman-Propagator des Maxwell-Feldes. . . . .	749
19.4	Anwendung der Störungstheorie auf Streuprozesse. . . . .	751
	Aufgaben. . . . .	752
<b>20</b>	<b>Quantenelektrodynamik</b>	<b>754</b>
20.1	Alphabet der Feynman-Diagramme. . . . .	756
20.2	Streuprozesse erster Ordnung. . . . .	758
20.2.1	Streuprozesse freier Teilchen. . . . .	758
20.2.2	Elektronenstreuung an festem Kern. . . . .	763
20.3	Streuprozesse zweiter Ordnung. . . . .	770
20.3.1	Übergangsamplituden. . . . .	777
20.4	Wirkungsquerschnitt von Zwei-Teilchen-Stößen. . . . .	783
20.5	Teilchenzerfälle. . . . .	793
20.6	Feynman-Regeln. . . . .	795
20.6.1	Feynman-Regeln der QED im Impulsraum. . . . .	795
20.7	Korrekturen vierter Ordnung. . . . .	798
20.8	Strahlungskorrekturen. . . . .	800
20.8.1	Primitiv divergente Feynman-Graphen. . . . .	800
20.8.2	Vakuumgraphen und Fermionenringe. . . . .	802
20.8.3	Photon-Photon-Streuung. . . . .	803
20.8.4	Selbstenergien, Vertexkorrektur und Ward-Identität. . . . .	804
20.9	Dimensionsmäßige Regularisierung. . . . .	807
	Exkurs 20.1: Mathematische Hilfsmittel zur Regularisierung. . . . .	808

20.10	Renormierung	817
20.10.1	Vorbereitung	817
20.10.2	Renormierung in niedrigster Ordnung	822
20.11	Auswirkungen regulärer Strahlungskorrekturen	827
20.11.1	Uehling-Potential	827
20.11.2	Anomales magnetisches Moment des Elektrons	830
20.12	Strahlungskorrekturen höherer Ordnung und Renormierbarkeit	839
20.13	Quantentheorie versus Quantenfeldtheorie	842
	Aufgaben	846

**IV Einführung in die Elementarteilchentheorie 851**

**21 Einleitung zur Elementarteilchentheorie 853**

21.1	Historischer Rückblick auf die Entdeckung der Elementarteilchen	856
21.2	Erster Überblick	863
	Aufgaben	868

**22 Elemente der Gruppentheorie 869**

22.1	Definitionen	869
22.2	Morphismen, Wirkung und Darstellung von Gruppen	874
22.3	Matrixgruppen	878
22.4	Lie-Gruppen und Generatoren	881
22.5	Lineare Lie-Gruppen	883
22.6	Lie-Algebra der Generatoren	885
22.7	Erzeuger der Gruppe $5(7(2))$	887
22.8	Gruppe $50(3)$	888
22.9	Lokale Äquivalenz der Gruppen $5(7(2))$ und $50(3)$	891
22.10	Gruppe $5(7(3))$	893
22.11	Höherdimensionale Darstellungen der Gruppe $5(7(2))$	894
22.12	Gruppen und Symmetrien	896
22.13	Anhang: Ergebnisse aus der Matrizentheorie	896
22.13.1	Invarianten äquivalenter Matrizen	896
22.13.2	Determinante der Matrix $e^7$	897
22.13.3	Determinante unitärer Matrizen	898
22.13.4	Eigenschaften der Pauli-Matrizen	898
	Aufgaben	899

**23 Gruppierung von Teilchenzuständen 901**

3.1	Spin $1/2$ und Gruppe $5(7(2))$	902
23a	Isospin	905
2&f	Farbladung und Gruppe $5(7(3))$	911
23.4	Baryonen aus u, d und s	912
	Mesonen aus u, d und s	916
	<i>m</i>	918

<b>24</b>	<b>Teilchen, Felder und Lagrange-Funktion</b>	<b>919</b>
24.1	Lagrange-Funktion und Hamiltonsches Variationsprinzip für Felder . . .	919
24.2	Klein-Gordon-Schrödinger-Gleichung. . . . .	920
24.3	Maxwell-und Proca-Gleichungen. . . . .	921
24.4	Lorentz-Invarianz und Dirac-Gleichung . . . . .	922
	Aufgaben . . . . .	928
<b>25</b>	<b>Eichinvarianz und Eichfelder</b>	<b>929</b>
25.1	(7(1)-Invarianz von Klein-Gordon-Schrödinger-und Dirac-Feld . . . . .	930
25.2	$SU(2)$ -Invarianz und Yang-Mills-Feld . . . . .	934
	25.2.1 Feldgleichungen für das Yang-Mills-Feld. . . . .	940
25.3	$5(7(3))$ -Invarianz und Gluonenfeld. . . . .	942
	Exkurs 25.1: Geometrische Interpretation der kovarianten Ableitung . . .	943
25.4	Gebrochene Eichsymmetrie und Ruhemassen. . . . .	945
	25.4.1 Brechung einer globalen (7(1)-)Symmetrie. . . . .	946
	25.4.2 Brechung einer lokalen (7(1)-)Symmetrie und Higgs-Mechanismus	951
	Aufgaben . . . . .	953
<b>26</b>	<b>Standardmodell</b>	<b>955</b>
26.1	Voraussetzungen des Standardmodells. . . . .	955
26.2	Weinberg-Salam-Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung . . . . .	957
	26.2.1 Leptonenanteil $d_C$ . . . . .	957
	Exkurs 26.1: Fall unterschiedlicher $l(1)$ -Kopplungsfelder. . . . .	964
	26.2.2 Lagrange-Dichte $X_g$ für freie Bosonenfelder. . . . .	965
	26.2.3 Modifizierte Maxwell-Gleichungen. . . . .	968
26.3	Einbeziehung der Quarks. . . . .	969
	26.3.1 (7(1)- und $5(7(2))$ -invarianten $a_C$ -Anteil der Quarks. . . . .	969
	26.3.2 $5(7(3))$ -invarianten $d_C$ -Anteil der Quarks: Quantenchromodynamik	971
26.4	Erklärung der Teilchenmassen mit Hilfe eines Higgs-Feldes. . . . .	972
	26.4.1 Bosonenmassen. . . . .	972
	26.4.2 Leptonenmassen. . . . .	978
	26.4.3 Ruhemassen freier Quarks. . . . .	980
	Exkurs 26.2: Quarkeinschluß und Gluonen. . . . .	982
	26.4.4 Quarkmischung . . . . .	985
26.5	Gesamt-Lagrange-Dichte. . . . .	991
26.6	Kosmologische Implikationen des Higgs-Feldes. . . . .	993
26.7	Experimentelle Tests des Standardmodells. . . . .	995
	26.7.1 Nachweis der Eichbosonen . . . . .	995
	26.7.2 Zahl der Familien . . . . .	996
	26.7.3 Weitere Tests. . . . .	997
	26.7.4 Zum Nachweis des Higgs-Bosons. . . . .	997
26.8	Anhang zur Diagonalisierung von Matrizen . . . . .	998
	Aufgaben . . . . .	999
<b>27</b>	<b>Über das Standardmodell hinausführende Entwicklungen</b>	<b>1001</b>
27.1	Neutrino massen und Neutrinooszillationen. . . . .	1001

27.1.1 Neutrinos als massive Majorana-Teilchen . . . . . 1002  
 27.1.2 Neutrinooszillationen. . . . . 1003  
 27.2 Große Vereinheitlichungstheorien. . . . . 1006  
 27.3 Supersymmetrie, Einbindung der Gravitation und Superstringtheorien . 1012  
 Aufgaben. . . . . 1016

**V Thermodynamik und Statistik 1017**

**28 Einleitung zur Thermodynamik und Statistik 1019**

**29 Grundlagen aus Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 1021**

29.1 Wahrscheinlichkeitsbegriff. . . . . 1021  
 29.2 Bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . . 1024  
 29.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten bei Experimentfolgen. . . . . 1025  
 29.4 Zufallsvariablen. . . . . 1030  
 Aufgaben. . . . . 1033

**30 Klassische statistische Mechanik idealer Gase im UrRaum 1037**

30.1 Elementare Kinetik idealer Gase im Gleichgewicht . . . . . 1037  
 30.1.1 Vorbetrachtung und Definitionen. . . . . 1037  
 30.1.2 Verteilungsfunktion und Maxwell-Verteilung. . . . . 1040  
 30.1.3 Innere Energie, Temperatur, Druck und ideales Gasgesetz . . . 1044  
 30.1.4 Typische mittlere Geschwindigkeiten und mittlere Stoßzeit . . 1050  
 30.2 Elementare kinetische Theorie von Transportvorgängen. . . . . 1054  
 30.2.1 Wärmeleitung. . . . . 1054  
 30.2.2 Viskosität. . . . . 1058  
 30.3 Systematische Theorie von Nicht-Gleichgewichtsvorgängen. . . . . 1059  
 30.3.1 Liouville-Satz im  $j$ i-Raum und stoßfreie Boltzmann-Gleichung 1059  
 30.3.2 Definition und Berechnung des Stoßterms. . . . . 1062  
 30.3.3 Transportgleichung,  $H$ -Theorem und Entropie. . . . . 1071  
 30.3.4 Lokale Maxwell-Verteilungen und thermisches Gleichgewicht . 1078  
 30.3.5 Reversibilitätseinwände und Schwankungserscheinungen . . . 1083  
 30.3.6 Entropie und a-priori-Wahrscheinlichkeit. . . . . 1086  
 30.3.7 Makroskopische Behandlung von Ausgleichsvorgängen . . . . 1089  
 30.3.8 Relaxationszeitnäherung . . . . . 1094  
 30.3.9 Erster und zweiter Hauptsatz für ideale Gase. . . . . 1102  
 30.3.10 Entropie-Bilanzgleichung und Entropieproduktion. . . . . 1108  
 Aufgaben. . . . . 1109

**31 Makroskopische Gleichgewichts-Thermodynamik 1116**

<sup>WkA</sup> Gleichgewichtszustände und Zustandsänderungen. . . . . 1116  
<sup>n</sup><sub>1</sub> 31.1.1 Zustandsvariablen und Nullter Hauptsatz der Thermodynamik . 1116  
 31.1.2 Zustandsgleichungen. . . . . 1118  
 31.1.3 Zustandsänderungen. . . . . 1120  
 31.1.4 Materialkoeffizienten einfacher Substanzen. . . . . 1122

31.2	Erster Hauptsatz der Thermodynamik . . . . .	1123
31.2.1	Arbeit, Wärmemenge und Wärmekapazität . . . . .	1123
31.2.2	Erster Hauptsatz . . . . .	1125
31.2.3	Einfache Folgerungen für Systeme mit zwei Freiheitsgraden . . . . .	1129
31.3	Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik . . . . .	1132
31.3.1	Entropie idealer Gase . . . . .	1132
31.3.2	Carnotscher Kreisprozeß . . . . .	1132
31.3.3	Zweiter Hauptsatz . . . . .	1136
31.3.4	Irreversible Vorgänge in nicht abgeschlossenen Systemen . . . . .	1143
31.3.5	Energiequalität: Exergie und Anergie . . . . .	1146
31.3.6	Energiewandlung und Wirkungsgrade . . . . .	1147
31.3.7	Wirkungsgrad nicht-idealer Carnot-Maschinen . . . . .	1149
31.3.8	Entropieproduktion nicht-idealer Carnot-Maschinen . . . . .	1161
31.3.9	Thermodynamische Temperaturskala . . . . .	1165
31.3.10	Negative Temperaturen . . . . .	1166
31.3.11	Einfache Folgerungen für Systeme mit zwei Freiheitsgraden . . . . .	1167
31.4	Dritter Hauptsatz der Thermodynamik . . . . .	1168
31.4.1	Dritter Hauptsatz . . . . .	1168
31.4.2	Folgerungen aus dem dritten Hauptsatz . . . . .	1169
31.5	Formale Struktur und systematische Methoden der Thermodynamik . . . . .	1172
31.5.1	Fundamentalgleichung . . . . .	1172
31.5.2	Intensive Zustandsvariablen und Zustandsgleichungen . . . . .	1174
31.5.3	Euler-Gleichung und Gibbs-Duhem-Relation . . . . .	1176
31.5.4	Anwendung auf Systeme mit zwei Freiheitsgraden . . . . .	1178
31.5.5	Maxwell-Relationen . . . . .	1179
31.5.6	Gleichgewichtsbedingungen für abgeschlossene Systeme . . . . .	1181
31.5.7	Stabilitätsbedingungen für Systeme mit zwei Freiheitsgraden . . . . .	1186
31.5.8	Thermodynamische Potentiale ( <i>T</i> , <i>F</i> , <i>Hund G</i> ) . . . . .	1189
31.5.9	Gleichgewichtsbedingungen in nicht-abgeschlossenen Systemen . . . . .	1192
31.6	Spezielle Anwendungen . . . . .	1194
31.6.1	Chemische Reaktionen . . . . .	1194
31.6.2	Thermodynamik mehrphasiger Systeme . . . . .	1197
31.6.3	Phasenübergänge zweiter Art und kritische Phänomene . . . . .	1208
	Aufgaben . . . . .	1209
<b>32</b>	<b>r-Raum-Statistik klassischer Systeme</b>	<b>1217</b>
32.1	Mechanische und statistische Grundlagen . . . . .	1217
32.1.1	Systembeschreibung im <i>F</i> -Raum . . . . .	1217
32.1.2	Liouville-Satz und Poincaresches Rekurrenztheorem . . . . .	1219
32.1.3	Ensembles und Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	1221
32.1.4	Liouvillesche Evolutionsgleichung . . . . .	1225
32.2	Gleichgewicht und Einstellung des Gleichgewichts . . . . .	1226
32.2.1	Stationäre Ensembledichten . . . . .	1226
32.2.2	Entropiesatz und Einstellung des Gleichgewichts . . . . .	1229
32.3	Statistische Gleichgewichtsensembles . . . . .	1234
32.3.1	Abgeschlossene Systeme und mikrokanonische Gesamtheit . . . . .	1234

32.3.2	System im Wärmebad und kanonische Gesamtheit . . . . .	1241
32.3.3	Äquivalenz der mikrokanonischen und kanonischen Verteilung	1246
32.3.4	System mit Teilchenaustausch und großkanonische Gesamtheit	1247
32.4	Zusammenhang mit dem ersten und zweiten Hauptsatz . . . . .	1254
32.4.1	Arbeitszufuhr bei quasistatischen Prozessen. . . . .	1255
32.4.2	Erster Hauptsatz und quasistatische Wärmezufuhr. . . . .	1256
32.4.3	Zweiter Hauptsatz . . . . .	1257
32.5	Anwendungen der klassischen Statistik . . . . .	1258
32.5.1	Maxwell-Boltzmann-Verteilung idealer Gase. . . . .	1258
32.5.2	Äquipartitionstheorem und Virialsatz . . . . .	1259
32.5.3	Schwankungserscheinungen . . . . .	1261
32.5.4	Gibbssches Paradoxon. . . . .	1266
32.5.5	Mischungen idealer Gase. . . . .	1268
32.5.6	Reale Gase. . . . .	1270
32.6	Entropie und Ordnung . . . . .	1275
32.7	Dritter Hauptsatz und Notwendigkeit einer Quantenstatistik . . . . .	1278
	Aufgaben. . . . .	1279
<b>33</b>	<b>Konfigurationsraum-Statistik von Quantensystemen</b>	<b>1285</b>
33.1	Quantenmechanische und statistische Grundlagen. . . . .	1286
33.1.1	Dichtematrix . . . . .	1286
33.1.2	Liouvillesche Evolutionsgleichung der Quantenmechanik . . . . .	1288
33.1.3	Rekurrenztheorem der Quantenmechanik . . . . .	1290
33.1.4	Äquivalenz von Zeit- und Ensemblemittelwerten. . . . .	1292
33.2	Gleichgewicht und Einstellung des Gleichgewichts. . . . .	1294
33.2.1	Stationäre Ensembledichten . . . . .	1294
33.2.2	Eigenschaften reiner und gemischter Gesamtheiten . . . . .	1295
33.2.3	Kleinsche Ungleichung . . . . .	1297
33.2.4	Vergrößerte Dichte und #-Theorem . . . . .	1301
33.3	Statistische Gleichgewichtsensembles . . . . .	1302
33.3.1	Mikrokanonische Gesamtheit . . . . .	1302
33.3.2	Kanonische Gesamtheit . . . . .	1306
33.3.3	Großkanonische Gesamtheit . . . . .	1308
33.3.4	Zusammenhang mit den Hauptsätzen . . . . .	1311
33.4	Anwendungen der Quantenstatistik . . . . .	1312
33.4.1	Harmonischer Oszillator und spezifische Wärme von Festkörpern	1312
33.4.2	Großkanonische Parameter $\beta$ und $\xi$ beim harmonischen Oszillator	1314
33.4.3	Ideale Gase. . . . .	1316
33.4.4	Paramagnetismus und Ferromagnetismus. . . . .	1330
	Aufgaben. . . . .	1333
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>1337</b>
	<b>Sachregister</b>	<b>1339</b>