

Bernd Aulbach

# Gewöhnliche Differenzialgleichungen

2. Auflage



ELSEVIER  
SPEKTRUM  
AKADEMISCHER  
VERLAG

Spektrum  
AKADEMISCHER VERLAG

# Inhalt

Einführung	1
1.1 Differenzialgleichungs- und Lösungsbegriff	1
1.2 Anfangswertprobleme	13
1.3 Anwendungen	21
1.4 Zwei nützliche Umformungen	31
1.4.1 Reduktion auf Systeme 1. Ordnung	31
1.4.2 Integralgleichungen	34
1.5 Geometrische Veranschaulichung	36
1.6 Rückschau und Ausblick	41
Existenztheorie	43
2.1 Näherungslösungen	43
2.1.1 Euler-Polygone	43
2.1.2 Picard-Iterierte	48
2.2 Der Satz von Peano	52
2.3 Der Satz von Picard-Lindelöf	59
2.4 Der globale Existenz- und Eindeutigkeitssatz	69
2.5 Die maximale Lösung eines Anfangswertproblems	79
2.6 Die allgemeine Lösung einer Differenzialgleichung	92
2.7 Rückschau und Ausblick	99
Autonome Systeme	101
3.1 Grundlegendes	101
3.2 Trajektorien	110
3.3 Phasenporträt und Richtungsfeld	119
3.4 Euler-Polygone	129
3.5 Rückschau und Ausblick	135
Skalare Differenzialgleichungen	137
4.1 Exakte Differenzialgleichungen	137
4.2 Integrierende Faktoren	153
4.3 Transformationen	163
4.4 Rückschau und Ausblick	174

5	Ebene autonome Systeme	175
5.1	Reduktion auf skalare Differenzialgleichungen	175
5.2	Systeme in Polarkoordinaten	191
5.3	Lineare ebene autonome Systeme	197
5.4	Rückschau und Ausblick	211
6	Lineare Systeme	213
6.1	Algebraische Struktur des Lösungsraums	213
6.2	Fundamentalmatrizen und Übergangsmatrix	220
6.3	Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten	227
6.4	Lineare Systeme mit analytischen Koeffizienten	247
6.5	Lineare Differenzialgleichungen höherer Ordnung	263
6.6	Rückschau und Ausblick	285
7	Nichtlineare Systeme	287
7.1	Parameterabhängige Differenzialgleichungen	287
7.2	Stetigkeit der allgemeinen Lösung	293
7.3	Differenzierbarkeit der allgemeinen Lösung	302
7.4	Grundbegriffe der Stabilitätstheorie	311
7.5	Stabilität linearer Systeme	327
7.6	Linearisierte asymptotische Stabilität	335
7.7	Invariante Mengen und Grenzmengen	345
7.8	Ljapunov-Funktionen	356
7.9	Die direkte Methode von Ljapunov	368
7.10	Verzweigung von Ruhelagen	377
7.10.1	Sattel-Knoten-Verzweigung	379
7.10.2	Transkritische Verzweigung	387
7.10.3	Heugabel-Verzweigung	395
7.11	Verzweigung geschlossener Trajektorien	401
7.12	Rückschau und Ausblick	418
Anhang A	Analysis vektor- und matrix-wertiger Funktionen	421
Anhang B	Der Satz von Arzelà-Ascoli	427
Anhang C	Eigenschaften der dist-Funktion	429
	Literaturverzeichnis	431
	Symbolverzeichnis	433
	Sach- und Namensverzeichnis	435