

Thorsten Poddig/ Hubert Dichtl/ Kerstin Petersmeier

STATISTIK, ÖKONOMETRIE, OPTIMIERUNG

**Methoden und ihre praktischen Anwendungen
in Finanzanalyse und Portfoliomanagement**

3. erweiterte Auflage

UHLENBRUCH Verlag, Bad Soden/Ts.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur dritten Auflage	I
Vorwort zur zweiten Auflage	I
Vorwort zur ersten Auflage	II
1. Einleitung	1
Teil A: Statistik	7
2. Statistische Grundlagen	9
2.1. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	9
2.1.1. Begriffe und Definitionen.....	10
2.1.2. Verschiedene Definitionen des Begriffs Wahrscheinlichkeit.....	12
2.1.2.1. Die Wahrscheinlichkeitsdefinition nach Laplace.....	12
2.1.2.2. Die Wahrscheinlichkeitsdefinition nach von Mises.....	13
2.1.2.3. Die Wahrscheinlichkeitsdefinition nach Kolmogoroff.....	15
2.1.3. Elementare Rechenregeln.....	16
2.1.4. Verschiedene Ansätze zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten.....	21
2.2. Zufallsvariablen und ihre Verteilungen.....	25
2.2.1. Zufallsvariablen, Realisationen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	26
2.2.2. Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	31
2.2.3. Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	34
2.2.4. Empirische Verteilungen.....	39
2.3. Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Rechenregeln.....	44
2.3.1. Der Erwartungswert.....	45
2.3.2. Varianz und Standardabweichung.....	48
2.3.3. Die Ungleichung von Tschebyscheff.....	52
2.3.4. Kovarianz und Korrelationskoeffizient.....	53
2.3.5. Empirische Kennzahlen.....	57
2.3.5.1. Lagemaße.....	57
2.3.5.2. Streuungsmaße.....	59
2.3.5.3. Empirische Kovarianz und Korrelationskoeffizient.....	63
2.4. Wichtige Verteilungen in der Ökonometrie.....	69
2.4.1. Die Normalverteilung.....	70
2.4.2. Die Chi-Quadrat-Verteilung.....	77
2.4.3. Die t -Verteilung.....	80
2.4.4. Die F -Verteilung.....	82
2.5. Grenzwertsätze.....	85
2.5.1. Gesetz der großen Zahlen.....	85
2.5.2. Der zentrale Grenzwertsatz.....	88

3. Finanzmathematische Grundlagen und Anwendung statistischer Konzepte.....	93
3.1. Kurse und Renditen als Zufallsvariablen.....	93
3.1.1. Kursverläufe als Zeitreihen.....	93
3.1.2. Stationaritätseigenschaften einer Zeitreihe.....	96
3.1.3. Autokovarianz und Autokorrelation.....	97
3.1.4. Statistische Eigenschaften diskreter und stetiger Renditen.....	102
3.1.5. Historisch basierte Renditeprognose.....	106
3.1.6. Random-Walk-Hypothese.....	109
3.2. Renditearten bei der Performancemessung.....	112
3.2.1. Arithmetische und geometrische Renditeberechnungen.....	113
3.2.2. Wertgewichtete und zeitgewichtete Renditen.....	115
3.2.3. Weitere Renditearten.....	119
3.3. Statistische Kennzahlen als finanzwirtschaftliche Risikomaße.....	121
3.3.1. Volatilität.....	123
3.3.2. Semivarianz und Ausfallwahrscheinlichkeit.....	130
3.3.3. Value-at-Risk.....	137
3.3.4. Schiefe und Wölbung einer Renditeverteilung.....	141
3.3.5. Korrelationskoeffizient.....	144
3.3.6. Tracking Error.....	146
3.4. Portfoliooptimierung nach Markowitz.....	150
3.4.1. Statistische Kennzahlen eines Portfolios.....	151
3.4.2. Modelldarstellung.....	162
3.4.3. Kritische Würdigung des Modells.....	164
3.5. Monte-Carlo-Simulation.....	167
3.5.1. Grundlagen und Prinzip der Monte-Carlo-Simulation.....	167
3.5.2. Simulation von Renditen und Kursentwicklungen.....	171
3.5.3. Simulation von korrelierten Renditen.....	175
3.5.4. Monte-Carlo-Simulation zur Schätzung des Value-at-Risk.....	178
4. Punkt- und Intervallschätzungen.....	183
4.1. Punktschätzungen.....	184
4.1.1. Eigenschaften guter Schätzer.....	186
4.1.2. Schätzung des Erwartungswerts und der Standardabweichung.....	191
4.2. Intervallschätzungen.....	197
4.2.1. Grundlagen und Konstruktionsprinzip von Konfidenzintervallen.....	197
4.2.2. Konfidenzintervalle für den Erwartungswert.....	199
4.2.2.1. Zweiseitige Konfidenzintervalle bei normalverteilter Stichprobe.....	199
4.2.2.2. Einseitige Konfidenzintervalle bei normalverteilter Stichprobe.....	206
4.2.2.3. Asymptotische Konfidenzintervalle.....	208
4.2.3. Konfidenzintervalle für die Varianz bei normalverteilter Stichprobe.....	210

Teil B: Ökonometrie	215
5. Einfache und multiple lineare Regression	217
5.1. Das ökonometrische Grundmodell.....	217
5.2. Parameterschätzung mittels 'ordinary least Squares' (OLS).....	226
5.3. Vereinfachte Parameterschätzung bei der Einfachregression.....	236
5.4. Bestimmung und Analyse der Residuen.....	241
5.5. Güteeigenschaften der OLS-Schätzung.....	245
5.5.1. Klassische Güteeigenschaften.....	246
5.5.2. Asymptotische Güteeigenschaften.....	254
5.6. Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient.....	255
5.6.1. Grundidee und Definition des Bestimmtheitsmaßes.....	255
5.6.2. Zusammenhang zwischen Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient ...	261
5.6.3. Das korrigierte Bestimmtheitsmaß.....	265
5.7. Fallstudie: CAPM, Marktmodell und Schätzung von Beta-Faktoren.....	267
5.7.1. Erklärung von Renditen im Marktgleichgewicht mit Hilfe des CAPM.....	268
5.7.2. Schätzung des zukünftigen' Beta-Faktors mit Hilfe des Marktmodells.....	271
5.7.3. Risikoanalyse mit Hilfe des Marktmodells.....	273
5.7.4. Beispiel: Schätzung des Beta-Faktors der BASF-Aktie.....	275
5.8. Fallstudie: Performancemessung.....	278
5.8.1. Grundlagen der Performancemessung.....	279
5.8.2. Aufgaben und Konstruktion geeigneter Benchmarks.....	280
5.8.3. Verfahren der zweidimensionalen Performancemessung.....	282
5.8.3.1. Berücksichtigung des Gesamtrisikos mit Hilfe des Sharpe-Maßes.....	282
5.8.3.2. Berücksichtigung des systematischen Risikos mit Hilfe des Treyner-Maßes.....	283
5.8.3.3. Anwendungsbeispiel: Sharpe-Ratio und Treynor-Maß.....	285
6. Analyse des Regressionsmodells mittels Hypothesentests	289
6.1. Grundlagen und Konstruktionsprinzip eines Hypothesentests.....	289
6.2. Ergänzung der Annahmen des ökonometrischen Grundmodells.....	292
6.3. Analyse eines geschätzten Regressionsmodells.....	294
6.3.1. Test auf Signifikanz einzelner Regressoren mittels t -Test.....	295
6.3.2. Test auf Signifikanz des Gesamtmodells mittels F-Test.....	304
6.4. Test der Annahmen des Regressionsmodells bezüglich der Residuen.....	309
6.4.1. Ausgangslage.....	309
6.4.2. Autokorrelation: Ursachen, Auswirkungen und Tests.....	310
6.4.2.1. Ursachen und Auswirkungen der Autokorrelation.....	310
6.4.2.2. Durbin-Watson-Test zum Test auf Autokorrelation erster Ordnung.....	313
6.4.3. Heteroskedastizität: Ursachen, Auswirkungen und Tests.....	323
6.4.3.1. Ursachen und Auswirkungen.....	323
6.4.3.2. Breusch-Pagan- und White-Test zum Test auf Heteroskedastizität.....	324
6.4.4. Test auf Normalverteilung mittels Jarque-Bera-Test.....	333

6.5. Fallstudie: Test der Annahmen und der statistischen Signifikanz des Marktmodells.....	339
6.5.1. Überprüfung der Residuen des Marktmodells.....	339
6.5.2. Überprüfung des Marktmodells auf Signifikanz.....	345
6.6. Fallstudie: Performanceattribution.....	347
6.6.1. Messung des Selektionsbeitrags mit Hilfe des Jensen-Alpha-Maßes.....	347
6.6.2. Beispiel zur Bestimmung des Jensen-Alpha-Maßes.....	350
6.6.3. Messung des Timingbeitrags mit Hilfe einer quadratischen Regression.....	352
6.6.4. Beispiel zur Bestimmung der Timing-Fähigkeit.....	354
7. Weitere Probleme bei der Regressionsanalyse.....	357
7.1. Einsatz schwach stationärer Zeitreihen bei der Regressionsanalyse.....	357
7.1.1. Das Phänomen der ‚Spurious Regressions‘.....	357
7.1.2. Verstoß gegen die Stationaritätseigenschaft durch deterministische Trends	361
7.1.3. Verstoß gegen die Stationaritätseigenschaft durch stochastische Trends.....	364
7.1.4. Überprüfung der Stationaritätseigenschaft.....	368
7.2. Fallstudie: Überprüfung der Stationarität der Variablen des Marktmodells.....	373
7.3. Das Problem der Multikollinearität.....	377
7.3.1. Formen, Auswirkungen und Kennzeichen der Multikollinearität.....	377
7.3.2. Verfahren zur Messung von Multikollinearität.....	382
7.3.2.1. Einfache Korrelationsanalyse.....	382
7.3.2.2. Das Konzept der ‚Variance Inflation Factors‘ (VIF).....	383
7.3.3. Behandlung der Multikollinearität.....	386
7.4. Fallstudie: Überprüfung eines Multi-Index-Modells auf Multikollinearität.....	388
7.5. Strukturbrüche und Fehlspezifikationen.....	392
7.5.1. Test auf Strukturbruch mit Hilfe des Tests nach Chow.....	392
7.5.2. Test auf Fehlspezifikation mittels des RESET-Tests von Ramsey.....	395
7.6. Fallstudie: Überprüfung des Marktmodells auf Strukturbruch und Fehlspezifikation.....	397
7.6.1. Test auf einen möglichen Strukturbruch.....	397
7.6.2. Test auf eine mögliche Fehl Spezifikation.....	399
8. Fallstudie: Renditeprognose mit Hilfe von Regressionsmodellen.....	403
8.1. Grundprinzip der Kurs- bzw. Renditeprognose mit Hilfe eines Regressionsmodells.....	403
8.2. Problemstellung, Datenaufbereitung und Aufteilung des Datenmaterials.....	408
8.3. Überprüfung der Stationaritätseigenschaften der Variablen.....	410
8.4. Analyse des Datenmaterials mit Hilfe der Korrelationsanalyse.....	414
8.5. Auswahl der erklärenden Variablen und Überprüfung der Multikollinearität.....	420
8.6. Schätzung der Regressionsparameter des Prognosemodells.....	423
8.7. Test der Annahmen und der statistischen Signifikanz des Renditeprognosemodells.....	426
8.7.1. Überprüfung der Residuen.....	426
8.7.2. Überprüfung des Renditeprognosemodells auf Signifikanz.....	432

8.8. Evaluierung der Prognosegüte des Renditeprognosemodells.....	435
8.8.1. Generierung der Renditeprognosen.....	435
8.8.2. Evaluierung der Prognosegüte mit Hilfe statistischer Maßzahlen.....	439
8.8.3. Vergleich mit geeigneten Benchmark-Strategien.....	441
8.8.4. Ökonomische Evaluierung der Prognosegüte.....	444
8.8.4.1. Eindimensionale Performancemessung.....	444
8.8.4.2. Zweidimensionale Performancemessung.....	450
Teil C: Optimierung.....	455
9. Optimierungsverfahren im Überblick.....	458
9.1. Die formale Struktur eines Optimierungsproblems.....	459
9.2. Überblick über verschiedene Optimierungsverfahren.....	463
9.3. Lineare Optimierung.....	466
9.4. Quadratische Optimierung.....	468
9.5. Suchverfahren.....	472
9.6. First-Order Verfahren.....	478
9.7. Second-Order Verfahren.....	480
9.8. Schlussbemerkungen.....	482
10. Lineare Optimierung.....	485
10.1. Einführung.....	486
10.2. Lösung einer speziellen Form des linearen Optimierungsproblems.....	487
10.3. Die allgemeine Lösung des linearen Optimierungsproblems.....	499
10.4. Beispielhafte Implementation des Lösungsverfahrens.....	510
10.5. Fallstudie 1: Index Tracking mit Hilfe der linearen Optimierung.....	527
10.6. Fallstudie 2: Downside-Risk Optimierung.....	537
10.7. Die Lösung der Fallstudien mit Hilfe einer ausgewählten Tabellenkalkulation... 547	
10.7.1. Fallstudie 1: Index Tracking mit Hilfe der linearen Optimierung.....	548
10.7.2. Fallstudie 2: Downside-Risk Optimierung mit Hilfe der linearen Optimierung.....	552
10.8. Exkurs: Simultane Investitions- und Finanzplanung.....	557
11. Nichtlineare Optimierung.....	567
11.1. Eindimensionale Optimierung.....	567
11.1.1. Verfahren ohne Gradienten.....	568
11.1.1.1. Schachtelung des Minimums.....	569
11.1.1.2. Erstmalige Schachtelung des Minimums.....	574
11.1.1.3. Implementation zur eindimensionalen Optimierung.....	578
11.1.1.4. Beispiel zur eindimensionalen Optimierung.....	586
11.1.2. Verfahren mit Gradienten.....	588
11.1.2.1. Das einfache Gradientenabstiegsverfahren.....	588
11.1.2.2. Beispielhafte Implementation des einfachen Gradientenabstiegsverfahrens.....	591
11.1.2.3. Beispielhafte Anwendung des einfachen Gradientenabstiegsverfahrens....	595

11.1.2.4. Gradientenabstiegverfahren mit variabler Schrittweite.....	596
11.1.3. Verfahren mit Gradienten und zweiter Ableitung.....	598
11.1.3.1. Grundlegender Ansatz des Newton-Verfahrens.....	598
11.1.3.2. Beispielhafte Implementation des Newton-Verfahrens.....	601
11.1.3.3. Beispielhafte Anwendung des Newton-Verfahrens.....	604
11.2. Optimierung im mehrdimensionalen Fall.....	604
11.2.1. Gradientenabstiegverfahren im mehrdimensionalen Fall.....	605
11.2.2. Gradientenabstiegverfahren mit Linienminimierung.....	608
11.2.2.1. Theoretische Grundlagen.....	608
11.2.2.2. Beispielhafte Implementation.....	609
11.2.2.3. Beispielhafte Anwendung.....	617
11.2.2.4. Zusammenfassung und Schlussbemerkungen.....	619
11.2.3. Konjugierter Gradientenabstieg.....	620
11.2.3.1. Theoretische Grundlagen.....	620
11.2.3.2. Beispielhafte Implementation des konjugierten Gradientenabstiegs.....	633
11.2.3.3. Beispielhafte Anwendung.....	636
11.2.4. Das Newton-Verfahren im mehrdimensionalen Fall.....	640
11.3. Die Berücksichtigung von Nebenbedingungen.....	648
11.3.1. Vorbemerkungen.....	648
11.3.2. Optimierung mit Hilfe von Barrierefunktionen.....	650
11.3.3. Beispiel zur Optimierung mit Hilfe von Barrierefunktionen.....	656
11.3.4. Beispielhafte Implementation von Barrierefunktionen.....	660
11.3.5. Optimierung eines Portfolios mit Hilfe von Barrierefunktionen.....	664
11.3.6. Beispielhafte Implementation zur Portfoliooptimierung.....	672
11.4. Probleme der nichtlinearen Optimierung.....	675
11.5. Abschließende Bemerkungen zu den Implementationen.....	677
12. Anwendung der nichtlinearen Optimierung.....	679
12.1. Fallstudie 1: Nichtlineare Kleinste-Quadrate Schätzung.....	680
12.1.1. Der grundlegende Ansatz der nichtlinearen Kleinste-Quadrate Schätzung	680
12.1.2. Die Bestimmung der Standardfehler.....	688
12.2. Fallstudie 2: Die Bestimmung impliziter Volatilitäten.....	692
12.3. Fallstudie 3: Die Bestimmung des optimalen Portfolios.....	700
12.3.1. Finanzwirtschaftlicher Hintergrund.....	700
12.3.2. Die Ausgangsdaten.....	709
12.3.3. Risikolose Anlagemöglichkeit und Leerverkäufe.....	712
12.3.4. Risikolose Anlagemöglichkeit und keine Leerverkäufe.....	716
12.3.5. Keine risikolose Anlagemöglichkeit und Leerverkäufe.....	722
12.3.6. Keine risikolose Anlagemöglichkeit und keine Leerverkäufe.....	724
12.3.7. Die Bestimmung des Minimum-Varianz Portfolios.....	724
12.4. Fallstudie 4: Index Tracking.....	726
12.5. Die Lösung der Fallstudien mit Hilfe einer ausgewählten Tabellenkalkulation ...	734
12.5.1. Fallstudie 1: Nichtlineare Kleinste-Quadrate Schätzung.....	734

12.5.2. Fallstudie 2: Die Bestimmung impliziter Volatilitäten.....	738
12.5.3. Fallstudie 3: Die Bestimmung des optimalen Portfolios.....	741
12.5.4. Fallstudie 4: Index Tracking.....	749
Anhänge.....	753
A.1. Grundlagen der Matrizenrechnung.....	753
A.1.1. Addition und Subtraktion von Matrizen.....	753
A.1.2. Multiplikation von Matrizen.....	754
A.1.3. Multiplikation einer Matrix mit einer Zahl (Skalarmultiplikation).....	757
A.1.4. Transponieren von Matrizen.....	757
A.1.5. Multiplizieren und Transponieren von Matrizen.....	758
A.1.6. Quadratische und symmetrische Matrizen.....	759
A.1.7. Einheitsmatrix.....	759
A.1.8. Invertieren von Matrizen.....	760
A.1.9. Rechenregeln bei der Bildung von Ableitungen.....	761
A.1.10. Matrizen mit Zufallsvariablen.....	763
A.2. Tabellen.....	764
A.3. Grundlagen der Programmiersprache Visual Basic for Applications für Excel 97.....	773
A.3.1. Datentypen.....	773
A.3.2. Zuweisung.....	775
A.3.3. Elementzugriff.....	775
A.3.4. Rechenoperationen.....	776
A.3.5. Verzweigungen.....	776
A.3.6. Programmschleifen.....	778
A.3.7. Funktionen und Prozeduren.....	779
A.3.8. Verwendung von Excel-Tabellenfunktionen.....	781
A.3.9. Programmausführung.....	782
A.3.10. Schlussbemerkungen.....	783
A.4. Regressionsanalyse mit Excel.....	783
A.4.1. Vorbemerkungen.....	783
A.4.2. Eingebaute Funktionen versus VBA-Analysefunktionen.....	784
A.4.3. Regressionsanalyse mittels eingebauter Funktionen.....	785
A.4.4. Regressionsanalyse mittels VBA-Analysefunktionen.....	787
A.4.5. Durchführung der Fallstudie des Kap. 8. mit Excel.....	789
A.4.5.1. Vorbereitende Schritte zu Regressionsanalysen.....	789
A.4.5.2. Schätzung der Regressionsfunktion.....	790
A.4.6. Freie statistische Softwarelösungen im Internet.....	791
Literaturverzeichnis.....	793
Stichwortverzeichnis.....	799