

Karl Mosler • Friedrich Schmid

Wahrscheinlichkeits- rechnung und schließende Statistik

Zweite, verbesserte Auflage

Mit 42 Abbildungen und 7 Tabellen

fyj Springer

Inhaltsverzeichnis

0	Einführung	1
1	Zufallsvorgänge und Wahrscheinlichkeiten	5
1.1	Zufallsvorgänge	5
1.1.1	Ergebnismengen	6
1.1.2	Ereignisse und ihre Verknüpfung	7
1.2	Wahrscheinlichkeiten	13
1.2.1	Formale Definition der Wahrscheinlichkeit	14
1.2.2	Laplace-Experimente	17
1.2.3	Anordnung und Auswahl von Objekten (Kombinatorik)	18
1.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit	24
1.3.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit	24
1.3.2	Rechenregeln	25
1.3.3	Totale Wahrscheinlichkeit und Formel von Bayes	27
1.3.4	Unabhängigkeit von Ereignissen	31
1.4	Ergänzungen	36
1.4.1	Allgemeiner Additions- und Multiplikationssatz für Wahrscheinlichkeiten	36
1.4.2	Subjektive Wahrscheinlichkeit und Wettbegriff	38
1.4.3	Praktische Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten	39

Zufallsvariable und Verteilungen	41
2.1 Grundbegriffe	42
2.1.1 Verteilungsfunktion	44
2.1.2 Quantilfunktion	47
2.1.3 Diskrete Zufallsvariable	51
2.1.4 Stetige Zufallsvariable	53
2.1.5 Affin-lineare Transformation von Zufallsvariablen	58
2.1.6 Unimodalität	60
2.1.7 Symmetrie	62
2.2 Verteilungsparameter	63
2.2.1 Erwartungswert	63
2.2.2 Varianz	67
2.2.3 Ungleichung von Tschebyscheff	70
2.2.4 Schiefe und Wölbung	72
2.3 Spezielle diskrete Verteilungen	75
2.3.1 Binomialverteilung	76
2.3.2 Poisson-Verteilung	79
2.3.3 Geometrische Verteilung	82
2.3.4 Hypergeometrische Verteilung	86
2.4 Spezielle stetige Verteilungen	89
2.4.1 Rechteckverteilung	90
2.4.2 Exponentialverteilung	94
2.4.3 Pareto-Verteilung	99
2.4.4 Normalverteilung	102
2.4.5 Lognormalverteilung	111
2.4.6 Übersicht über einige spezielle Verteilungen	114
2.5 Ergänzungen	116
2.5.1 Borel-Mengen, Verteilung einer Zufallsvariablen	116
2.5.2 Erwartungswert einer Wette als subjektive Wahrscheinlichkeit	116
2.6 Anhang: Verwendung von Excel und SPSS	118

3	Gemeinsame Verteilung und Grenzwertsätze	125
3.1	Gemeinsame Verteilung von Zufallsvariablen126
3.1.1	Gemeinsame Verteilung von zwei Zufallsvariablen126
3.1.2	Gemeinsame Verteilung von n Zufallsvariablen143
3.1.3	Summen von unabhängigen Binomial-, Poisson- und Gauß-Variablen149
3.2	Grenzwertsätze152
3.2.1	Schwaches Gesetz der großen Zahlen153
3.2.2	Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit155
3.2.3	Konvergenz der empirischen Verteilungsfunktion156
3.2.4	Zentraler Grenzwertsatz158
3.3	Ergänzungen164
3.3.1	Multivariate Normalverteilung164
3.3.2	Poisson-Prozess166
3.3.3	Monte-Carlo-Simulation170
4	Stichproben und Stichprobenfunktionen	173
4.1	Zufallsstichproben und statistisches Schließen174
4.1.1	Zufallsstichproben174
4.1.2	Statistisches Schließen177
4.1.3	Stichproben aus endlichen Grundgesamtheiten180
4.2	Stichprobenfunktionen (Statistiken)182
4.3	Statistiken bei normalverteilter Stichprobe183
4.3.1	Chi-Quadrat-Verteilung184
4.3.2	χ^2 -Verteilung185
4.3.3	F-Verteilung187
4.4	Ergänzungen189
4.4.1	Verwendung von Zufallszahlen189
4.4.2	Weitere Verfahren der Stichprobenauswahl189
4.5	Anhang: Verwendung von Excel und SPSS192

5	Schätzverfahren für Parameter	195
5.1	Punktschätzung	195
5.1.1	Unverzerrtheit und Konsistenz	197
5.1.2	Schätzung von Erwartungswerten	198
5.1.3	Schätzung von Wahrscheinlichkeiten und Anteilswerten	199
5.1.4	Schätzung von Varianzen und Standardabweichungen	201
5.1.5	Schätzung von Quantilen	203
5.1.6	Schätzung von Korrelationskoeffizienten.	203
5.2	Konstruktionsprinzipien für Punktschätzer	204
5.2.1	Momentenschätzer	204
5.2.2	Maximum-Likelihood-Schätzer.	206
5.2.3	ML-Schätzer bei speziellen Verteilungen.	208
5.2.4	Eigenschaften von ML- und Momentenschätzern	211
5.3	Intervallschätzung	212
5.3.1	Konfidenzintervalle	213
5.3.2	Intervall für μ einer Normalverteilung, σ^2 bekannt . .	214
5.3.3	Intervall für β einer beliebigen Verteilung, σ^2 bekannt	215
5.3.4	Intervall für μ einer Normalverteilung, σ^2 unbekannt .	217
5.3.5	Intervall für β einer beliebigen Verteilung, σ^2 unbekannt	218
5.3.6	Intervall für σ^2 einer Normalverteilung	218
5.3.7	Intervall für eine Wahrscheinlichkeit oder einen Anteilswert	219
5.3.8	Wahl des Stichprobenumfangs.	221
5.3.9	Intervall für p bei Normalverteilung	224
5.4	Beispiel: Schätzung bei Aktienrenditen	224
5.5	Ergänzungen	228
5.5.1	Beste lineare Schätzung eines Erwartungswerts	228
5.5.2	Effizienz von Punktschätzern	229
5.5.3	Robuste Schätzung	230
5.5.4	Bayes-Schätzer	231
5.6	Anhang: Verwendung von Excel und SPSS.	234

6	Hypothesentests	237
6.1	Grundbegriffe	238
6.2	Tests für Erwartungswerte.	243
6.2.1	Tests für einen Erwartungswert	244
6.2.2	Vergleich zweier Erwartungswerte.	252
6.2.3	Vergleich von Erwartungswerten bei verbundener Stich- probe.	257
6.3	Tests für Varianzen.	261
6.3.1	Tests für eine Varianz.	261
6.3.2	Vergleich zweier Varianzen.	262
6.4	Tests für Wahrscheinlichkeiten und Anteilswerte.	265
6.4.1	Tests für eine Wahrscheinlichkeit	266
6.4.2	Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten.	267
6.5	Anpassungs- und Unabhängigkeitstests.	269
6.5.1	χ^2 -Statistik	270
6.5.2	χ^2 -Anpassungstests.	271
6.5.3	χ^2 -Unabhängigkeitstests.	275
6.6	Ergänzungen	281
6.6.1	Vergleich mehrerer Erwartungswerte (einfache Varianz- analyse).	281
6.6.2	Vergleich mehrerer Varianzen.	283
6.6.3	Vergleich mehrerer Wahrscheinlichkeiten.	285
6.7	Anhang: Verwendung von Excel und SPSS.	288
7	Lineare Regression	291
7.1	Lineare Einfachregression.	291
7.1.1	Das Modell der linearen Einfachregression	292
7.1.2	Punktschätzung der Koeffizienten.	294
7.2	Intervallschätzung und Tests.	299
7.2.1	Intervallschätzung der Parameter.	300

7.2.2	Tests für die Parameter	301
7.3	Prognose bei Einfachregression.	304
7.4	Lineare Mehrfachregression.	306
7.5	Ergänzungen.	310
7.5.1	ML-Schätzung einer linearen Einfachregression	310
7.5.2	Eigenschaften der Schätzer.	311
7.5.3	Lineare Mehrfachregression in Matrizendarstellung	313
7.6	Anhang: Verwendung von Excel und SPSS.	316
	Tabellenanhang	317
	Literaturverzeichnis	335
	Index	339