

Günther Bourier

# Wahrscheinlichkeits- rechnung und schließende Statistik

Praxisorientierte Einführung

Mit Aufgaben und Lösungen

5., überarbeitete Auflage



GABLER

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort .....	V
Inhaltsverzeichnis .....	VII
1 Einführung .....	1
2 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	5
2.1 Zufallsvorgang .....	5
2.2 Elementarereignis und Ereignisraum .....	6
2.3 Ereignis .....	7
2.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen .....	9
3 Direkte Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten .....	11
3.1 Die klassische Wahrscheinlichkeitsermittlung .....	11
3.2 Die statistische Wahrscheinlichkeitsermittlung .....	14
3.3 Die subjektive Wahrscheinlichkeitsermittlung .....	18
3.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen .....	19
4 Indirekte Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten .....	21
4.1 Relationen von Ereignissen .....	22
4.1.1 Vereinigung von Ereignissen .....	22
4.1.2 Durchschnitt von Ereignissen .....	24
4.1.3 Komplementärereignis .....	27
4.1.4 Weitere Relationen .....	29
4.2 Eigenschaften von Wahrscheinlichkeiten .....	34
4.3 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten .....	36
4.3.1 Additionssätze .....	36
4.3.2 Bedingte Wahrscheinlichkeit .....	40
4.3.3 Unabhängigkeit von Ereignissen .....	44
4.3.4 Multiplikationssätze .....	47
4.3.5 Wahrscheinlichkeit des Komplementärereignisses .....	53
4.3.6 Die totale Wahrscheinlichkeit .....	55
4.3.7 Der Satz von Bayes .....	60
4.3.8 Weitere Rechenregeln .....	66
4.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen .....	66

5	Kombinatorik .....	71
5.1	Permutationen .....	71
5.1.1	Permutationen ohne Wiederholung .....	72
5.1.2	Permutationen mit Wiederholung .....	73
5.2	Kombinationen .....	75
5.2.1	Kombinationen ohne Wiederholung .....	75
5.2.1.1	mit Beachtung der Anordnung .....	75
5.2.1.2	ohne Beachtung der Anordnung .....	76
5.2.2	Kombinationen mit Wiederholung .....	77
5.2.2.1	mit Beachtung der Anordnung .....	78
5.2.2.2	ohne Beachtung der Anordnung .....	79
5.3	Permutation, Variation oder Kombination .....	80
5.4	Übungsaufgaben und Kontrollfragen .....	80
6	Zufallsvariable .....	83
6.1	Zum Begriff Zufallsvariable .....	83
6.2	Diskrete Zufallsvariable .....	89
6.2.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion .....	90
6.2.2	Verteilungsfunktion .....	94
6.2.3	Parameter .....	98
6.2.3.1	Erwartungswert .....	98
6.2.3.2	Varianz und Standardabweichung .....	101
6.2.4	Die Ungleichung von Tschebyscheff .....	104
6.3	Stetige Zufallsvariable .....	106
6.3.1	Wahrscheinlichkeitsdichte .....	107
6.3.2	Verteilungsfunktion .....	111
6.3.3	Parameter .....	115
6.3.3.1	Erwartungswert .....	115
6.3.3.2	Varianz und Standardabweichung .....	116
6.4	Mehrdimensionale Zufallsvariable .....	118
6.4.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion .....	119
6.4.2	Verteilungsfunktion .....	122
6.4.3	Parameter .....	124
6.4.4	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen .....	127
6.5	Übungsaufgaben und Kontrollfragen .....	128

7	Theoretische Verteilungen von Zufallsvariablen	129
7.1	Diskrete Verteilungen	130
7.1.1	Binomialverteilung	130
7.1.2	Hypergeometrische Verteilung	135
7.1.3	Poissonverteilung	141
7.1.4	Weitere Verteilungen	146
7.1.4.1	Negative Binomialverteilung	146
7.1.4.2	Geometrische Verteilung	147
7.1.4.3	Multinomialverteilung	149
7.1.5	Approximationen	150
7.2	Stetige Verteilungen	158
7.2.1	Gleichverteilung	158
7.2.2	Exponentialverteilung	160
7.2.3	Normalverteilung und Standardnormalverteilung	163
7.2.4	Approximationen	175
7.3	Übersicht zu den Approximationsmöglichkeiten	183
7.4	Übungsaufgaben und Kontrollfragen	184
8	Grundlagen der schließenden Statistik	187
8.1	Chancen und Risiken von Teilerhebungen	189
8.2	Zur Konzeption des Rückschlusses	190
8.2.1	Inklusionsschluß	192
8.2.2	Repräsentationsschluß	198
8.3	Auswahlverfahren	200
8.3.1	Zufallsauswahlverfahren	200
8.3.1.1	Uneingeschränkte Zufallsauswahl	201
8.3.1.2	Systematische Zufallsauswahl	203
8.3.1.3	Mehrstufige Zufallsauswahl	207
8.3.2	Nicht-Zufallsauswahlverfahren	210
8.4	Stichprobenverteilungen	212
8.4.1	Chi-Quadrat-Verteilung	213
8.4.2	t-Verteilung	215
8.4.3	F-Verteilung	217

8.5	Stichprobenfunktionen und ihre Verteilungen .....	220
8.5.1	Bedeutung der Stichprobenfunktion .....	220
8.5.2	Verteilung des Stichprobenmittelwertes .. i .....	221
8.5.3	Verteilung des Stichprobenanteilswertes .....	225
8.5.4	Verteilung der Stichprobenvarianz .....	228
8.6	Übungsaufgaben und Kontrollfragen .....	229
9	Schätzverfahren .....	231
9.1	Schätzfunktionen .....	231
9.1.1	Gütekriterien für Schätzfunktionen .....	231
9.1.2	Konstruktion von Schätzfunktionen .....	234
9.2	Punktschätzung .....	236
9.3	Intervallschätzung .....	237
9.3.1	Zur Erstellung eines Konfidenzintervalls .....	237
9.3.1.1	Grundkonzeption .....	238
9.3.1.2	Aufbau eines Konfidenzintervalls .....	240
9.3.1.3	Arten von Konfidenzintervallen .....	241
9.3.1.4	Genauigkeit und Konfidenz .....	242
9.3.2	Konfidenzintervall für das arithmetische Mittel .....	242
9.3.2.1	Zur Schätzfunktion .....	243
9.3.2.2	Schrittfolge zur Erstellung eines Konfidenzintervalls .....	244
9.3.2.3	Normalverteilte Grundgesamtheit .....	245
9.3.2.4	Beliebig verteilte Grundgesamtheit .....	255
9.3.2.5	Notwendiger Stichprobenumfang .....	260
9.3.3	Konfidenzintervall für den Anteilswert .....	266
9.3.3.1	Zur Schätzfunktion .....	267
9.3.3.2	Schrittfolge zur Erstellung eines Konfidenzintervalls .....	268
9.3.3.3	Erstellung von Konfidenzintervallen .....	269
9.3.3.4	Notwendiger Stichprobenumfang .....	274
9.3.4	Konfidenzintervall für die Varianz .....	277
9.4	Übungsaufgaben und Kontrollfragen .....	279

10 Testverfahren	283
10.1 Einführungsbeispiel	283
10.2 Elemente der Testverfahren	285
10.2.1 Hypothese und Alternativhypothese	285
10.2.2 Testfunktion	286
10.2.3 Beibehaltungs- und Ablehnungsbereich	286
10.2.4 Signifikanzniveau und Sicherheitswahrscheinlichkeit	288
10.2.5 Entscheidung und Interpretation	289
10.3 Trennschärfe	290
10.4 Testverfahren für das arithmetische Mittel	291
10.4.1 Schrittfolge des Testverfahrens	291
10.4.2 Durchführung des Tests	292
10.5 Testverfahren für den Anteilswert	296
10.5.1 Schrittfolge des Testverfahrens	296
10.5.2 Durchführung des Tests	297
10.6 Chi-Quadrat-Verteilungstest	300
10.7 Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest	303
10.8 Übungsaufgaben und Kontrollfragen	306
11 Lösung ausgewählter Übungsaufgaben	309
Tabellenanhang	359
Binomialverteilung	359
Poissonverteilung	362
Standardnormalverteilung	368
Zufallszahlen	371
Chi-Quadrat-Verteilung	372
t-Verteilung	373
F-Verteilung	375
Stichwortverzeichnis	377