

HÜTTE Taschenbücher der Technik

Herausgegeben vom

Wissenschaftlichen Ausschüß des Akademischen Vereins Hütte e.V.

Mathematik

2. Auflage

:

von I. Szabö K. Wellnitz W. Zander



Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1974

Inhaltsverzeichnis

1. Tabellen

1-i.	Näherungsformeln	1
1-2.	Potenzen, Wurzeln, natürliche Logarithmen, reziproke Werte, Kreisumfang und Kreisflächen	2
-1-3.	Mantissen der gewöhnlichen (Briggsschen) Logarithmen	32
1-4.	Kreisfunktionen	34
1-5.	Kreis-, Exponential- und Hyperbelfunktionen	38
1-6.	Kreis-, Exponential- und Hyperbelfunktionen (Zusatztablelle) für die Argumentwerte $-JA, TT/2, 3\sim/4, \sim, 5-/4, 3\wedge/2, 77\pi/4, 2-$	45
1-7.	Kugelmhalte für die Durchmesser $d - 1$ bis 200	45
1-8.	Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnenlängen und Kreisabschnitte für den Radius 1	46
1-9.	Länge der Kreisbogen für den Radius 1	48
-1-10.	Elliptisches Integral I. Gattung $F(cp, k), k = \sin a-$	52
H 1.	Elliptisches Integral II. Gattung $E(p, k), k = \sin \alpha'$	53
i-12.	Vollständige elliptische Integrale	54
1-13.	Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ 1 bis $\binom{15}{15}$	55
1-14.	Quadrat- und Kubikwurzeln einiger Brüche	55
1-15.	Wichtige Zahlenwerte von i, g und c	55
1-16.	Verwandlung von altem Gradmaß in neue Winkelteilung (gon)	56
J-17.	Verwandlung von neuer Winkelteilung (gon) in altes Gradmaß	57
1-18.	Primzahlen und die nicht durch 2, 3 oder 5 teilbaren zusammengesetzten Zahlen mit ihren kleinsten Faktoren unter 1000	58
•1-19.	Vielfache von $TT, 1/71$ u. a.	59
1-20.	Einige Potenzen, Fakultäten und reziproke Fakultäten	59
1-21.	Pythagoreische Zahlen	60
1-22.	Lösungen einiger wichtiger transzendenter Gleichungen	60
i-23.	Nullstellen der Bessel-Funktionen $J_n(xk) = 0$	60
i-24.	Besselsche Funktionen	61
1-25.	Kugelfunktionen	65
1-26.	Tschebyscheffsche Polynome	67
1-27.	Gammafunktion	69
1-28.	Fehlerfunktion	69

2. Arithmetik

2.1	Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	70
2.1.1	Potenzen	70
2.1.2	Binomischer Satz	70
* 2.1.3	Regem über Binomialkoeffizienten	70
* 2.1.4	Wurzeln	71
2.1.5	Logarithmen	72
2.2	Komplexe Zahlen	72
2.3	Kombinatorik	73
2.3.1	Permutationen	73
2.3.2	Kombinationen	75
2.3.3	Variationen	76

2.4	Algebraische Gleichungen	76
2.4-1	Quadratische Gleichungen	76
2.4.2	Gleichungen dritten Grades	77
2.4-3	Gleichungen vierten Grades	78
2.4.4	Gleichungen höheren Grades	78
2.4.5	Hurwitzsche Kriterien	78
2.4.6	Ganzzahlige Lösungen von Gleichungen (Diophantische Gleichungen)	79
2.5	Summenformeln	80
2.5-1	Arithmetische Reihen	80
2.5-2	Geometrische Reihen	80
2.5-3	Einige besondere Summen	80
2.6	Zinsezins- und Rentenrechnung	81
2.6.1	Zinsezins	81
2.6.2	Wiederholte Zahlungen	81
2.6.3	Tilgung einer Schuld	83

3. Kreis- und Hyperbelfunktionen

3.1	Kreisfunktionen (trigonometrische Funktionen)	84
3.1.1	Winkleinheiten, Definitionen	84
3.1.2	Beziehungen zwischen den Funktionen desselben Winkels	85
3.1.3	Beziehungen zwischen den Funktionen zweier Winkel	85
3.1.4	Funktionen von Vielfachen und Teilen eines Winkels	86
3.1.5	Potenzen von Sinus und Cosinus	87
3.1.6	Arcusfunktionen	88
3.1.7	Beziehungen zwischen den Funktionen dreier Winkel α, β, γ , für die $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ist	89
3.2	Ebene Dreiecke	89
3.2.1	Allgemeine Formeln	89
3.2.2	Rechtwinklige Dreiecke	90
3.2.3	Näherungsformeln für ebene Dreiecke	90
3.2.4	Schiefwinklige Dreiecke	91
3.3	Kugeldreiecke	91
3.3.1	Allgemeine Formeln	92
3.3.2	Rechtwinklige Dreiecke	93
3.3.3	Näherungsformeln für Kugeldreiecke	93
3.3.4	Kürzeste Entfernung zweier Erdpunkte	93
3.4	Hyperbelfunktionen	93
3.5	Zusammenhänge zwischen Kreis-, Hyperbel-, Exponentialfunktionen und ihren Umkehrungen im Komplexen	95

4. Differential- und Integralrechnung

4.1	Grenzwerte	97
4.1.1	Eine Folge von Zahlen	97
4.1.2	Limes einer Funktion	97
4.1.3	Besondere Grenzwerte	97
4.1.4	Asymptotische Näherungen	97
4.2	Unendliche Reihen	98
4.2.1	Konvergenz	98
4.2.2	Binomische Reihe und Sonderfälle	99
4.2.3	Exponential- und logarithmische Reihen	100

4.2.4	Reihen für Kreisfunktionen, Arcusfunktionen und Hyperbelfunktionen	101
4.2.5	Rechnen mit Potenzreihen	102
.1	Produkt zweier Potenzreihen	102
.2	Quotient zweier Potenzreihen	102
.3	Potenzen einer Potenzreihe	102
A-	Umkehrung einer Potenzreihe	103
4.2.6	Einige andere unendliche Reihen und Produkte. Bernoullische und Eulersche Zahlen	103
4.3	Differentialrechnung	106
4.3.1	Stetigkeit, Differenzierbarkeit	106
4.3.2	Differentiationsregeln	106
4.3.3	Ableitungen der elementaren Funktionen	106
4-3-4	Ableitungen höherer Ordnung	107
4.3.5	Partielle Ableitungen, totale Differentiale	107
4.3.6	Unentwickelte (implizite) Funktionen	108
4-3-7	Mittelwertsatz und Taylorsche Formel	109
.1	Mittelwertsatz	109
.2	Taylorsche Formel	109
.3	Taylorsche Reihe	109
.4	Taylorsche Formel für zwei Veränderliche	109
4:3.8	Unbestimmte Formen	110
4.3.9	Maxima und Minima	110
.1	Funktion einer Veränderlichen	HO
.2	Funktion zweier oder mehrerer Veränderlicher	111
4-4	Integralrechnung	111
4.4.1	Allgemeine Integrationsregeln	111
4.4.2	Unbestimmte Grundintegrale	112
4.4.3	Integration rationaler Funktionen	112
.1	Integrationsmethode	112
.2	Besondere Integrale	113
* 4.4.4	Integrale einiger irrationaler Funktionen	115
4.4.5	Integrale transzendenter Funktionen	117
4.4.6	Bestimmte Integrale	122
.1	Definition	122
.2	Regeln	123
.3	Mittelwertsatz der Integralrechnung	123
.4	Uneigentliche Integrale	123
.5	Die Deltafunktion von Dirac	123
.6	Ungleichungen	124
.7	Spezielle bestimmte Integrale	124
4.4.7	Einige Integrale, die sich nicht auf elementare Funktionen zurückführen lassen. Integration durch Reihenentwicklung	132
.1	Integralsinus und Integralcosinus	132
.2	Hyperbolischer Integralsinus und Integrälcosinus	132
.3	Integrallogarithmus und Exponentialintegral	133
.4	Gaußsches Fehlerintegral und Krampsche Transzendente	133
.5	Fresnelsche Integrale	133
.6	Gammafunktion und verwandte Funktionen (Gaußsche Pi- und Psi-Funktion und Bstafunktiori)	135
.7	Elliptische Integrale	136
.8	Legendresche Normalform	136
.9	Reduktion elliptischer Integrale	137
.10	Die elliptischen Integrale in der Legendreschen Normalform	138
.11	Elliptische Funktionen von Jacobi	139
.12	Weierstraßsche Normalform und Weierstraßsche Funktionen	140

.13	Thetafunktionen	142
4-4-8	Mehrfache Integrale, Differentiation nach einem Parameter	143
.1	Doppelintegral	143
.2	Dreifaches Integral	143
.3	Vertauschung der Integrationsvariablen	143
.4	Linienintegrale, Flächenintegrale, Gaußscher und Stokesscher Integralsatz	143
.5	Differentiation eines Integrals	143
4-5	Fouriersche Reihen	143
4.5.1	Periodische Vorgänge	143
4.5.2	Andere Formeln der Koeffizienten	144
4.5.3	Besondere Entwicklungen	145
4.5-4	Fourier-Entwicklungen von Funktionen mehrerer Veränderlicher	148

5. Lineare Vektoralgebra

5.1	Vektoren	149
5.1.1	Ortsvektor	149
5.1.2	Freie Vektoren	149
5.1.3	Physikalische Begriffe	149
5.1.4	Addition	149
5.1.5	Multiplikation mit Skalaren	149
5.1.6	Lineare Abhängigkeit, Dimension	150
5.1.7	Innere Produkt	150
5.1.8	Einheitsvektoren	151
5.1.9	Dreibeine	151
5.1.10	Äußeres Produkt	151
5.1.11	Spatprodukt	152
5.1.12	Formeln	152
5-1-13	Ebene Vektoren	153
5-2	Koordinaten	153
5.2.1	Koordinatensystem	153
5-2.2	Radiusvektor	153
5.2.3	Kartesische Koordinaten	153
5.2.4	Rechenoperationen in Koordinaten	154
5.2.5	Richtung im Raum	154
5.2.6	Koordinatentransformation	154
5-2.7	Koordinaten in der Ebene	155
5.3	Matrizen, Determinanten	155
5-3>1	Systeme von n Zahlen	155
• 5.3.2	Matrizen	156
5.3.3	Rechenoperationen mit Matrizen	156
5.3.4	Transponierte	157
5.3.5	Einheitsmatrix	157
5-3-6	Determinanten	157
5.3.7	Grundregeln	158
5.3.8	Weitere Rechenregeln	158
5.3.9	Unterdeterminanten	159
5-3-10	Entwicklungssatz	159
5.3.H	Inverse Matrix	159
5.3.12	Praktische Berechnung von Determinanten	159
5-4	Systeme von linearen Gleichungen	160
5.5	Tensoren	161
5-5-1	Linearformen	161
5-5-2	Tensoren höherer Stufe	161

5.5.3	Transformation der Tensorkomponenten	161
5.5.4	Symmetrische Tensoren	161
5.5.5	Antisymmetrische Tensoren	162
5.5.6	Beispiele	162
5.5.7	Lineare Transformation	162

6. Vektoranalysis

6-1	Differentialoperationen, Integrale	163
6.1.1	Vektorfunktionen	163
6.1.2	Differentiationsregeln	163
6.1.3	Skalare Felder	163
6.1.4	Vektorfelder	163
6.1.5	Tensorfelder	164
6.1.6	Linienintegral	164
6.1.7	Flächenintegral	164
6.1.8	Räumliches Integral	164
6.1.9	Differentiale von Feldern	164
6.1.10	Gradient	165
6.1.11	Divergenz	165
6.1.12	Rotation	165
6.1.13	V-Rechnung	165
6.1.14	Regeln	166
6.1.15	Mehrfache Anwendung der Differentiationsoperatoren	166
6.1.16	Weitere Formeln	166
6.2	Integralsätze	167
6.2.1	Satz von Stokes	167
6.2.2	Satz von Gauß	167
6.2.3	Greensche Sätze	167
6.2.4	Spezialfälle	167
6.2.5	Wirbelfreie Felder	167
6.2.6	Quellenfreie Felder	168
6.2.7	Helmholtzischer Vektorzerlegungssatz	168
6-3	Krummlinige Koordinaten	168
6.3.1	Allgemeines	168
6.3.2	Transformation von dreifachen Integralen	168
6.3.3	Orthogonale Koordinaten	169
6.3.4	Linielement, Volumenelement	169
6.3.5	Betrachtungen für die Ebene	170
6.3.6	Differentiationsoperationen T	170
6.3.7	Zylinderkoordinaten	171
6.3.8	Kugelkoordinaten	172

7. Analytische Geometrie

7.1	Punkt und Gerade in der Ebene	173
7.1.1	Abstand	173
7.1.2	Richtung	173
7.1.3	Teilpunkt	173
7.1.4	Gerade Linie	173
7.1.5	Bestimmung der Gleichung einer Geraden	174
7.1.6	Hessesche Normalform	174
7.1.7	Abstand	174
7.1.8	Schnittwinkel	174
7.1.9	Dreieck	175

Inhaltsverzeichnis

7-2	Punkt, Ebene und Gerade im Raum	175
7.2.1	Abstand	175
7.2.2	Richtung	175
7.2.3	Teilpunkt	175
7.2.4	Ebene	175
7.2.5	Hessesche Normalform	175
7.2.6	Bestimmung der Gleichung einer Ebene	176
7.2.7	Abstand	176
7-2.8	Winkel	176
7.2.9	Gerade	176
7.2.10	Gleichung der Geraden	176
7.2.11	Zwei Geraden	177
7-2.12	Tetraeder	177
7.3	Kegelschnitte	177
7-3-1	Allgemeine Sätze	177
.1	Kurven	177
.2	Arten der Kegelschnitte	177
.3	Mittelpunkt	178
.4	Gleichung eines KS. ohne Mittelpunkt	178
.5	Halbachsen und Halbparameter	178
.6	Geometrische Erklärung der KS.	178
7-3-2	Spezielle Gleichungen und Konstruktionen	179
.1	Kreis	179
.2	Ellipse und Hyperbel	179
.3	Parabel	184-
7-4	Flächen zweiter Ordnung	186
7.4.1	Flächen	186
7.4.2	Arten der Flächen	186
7.4.3	Mittelpunkt	187
7.4.4	Normalformen	187
7.4.5	Kegel	187
7.4.6	Kugel	188
7.4.7	Paraboloide	188
7.4.8	Zylinder	188
7.5	Kurven in der Ebene	188
7.5.1	Allgemeine Sätze	188
.1	Kurve	188
.2	Bogenlänge	188
.3	Tangente	189
.4	Normale	189
.5	Krümmung	189
.6	Evolute	190
.7	Wende- und Flachpunkt	191
.8	Singuläre Punkte	191
.9	Flächeninhalt	191
A0	Einhüllende Kurve	191
.11	Trajektorie	191
.12	Asymptote	192
7.5.2	Spezielle Kurven	193
.1	Kubische und semikubische Parabel	193
.2	Zykloiden (Radlinien)	194
.3	Epizykloide und Hypozykloide	194
.4	Kreisevolvente	196
.5	Kettenlinie und Schleppkurve (Traktrix)	197
.6	Archimedische Spirale	198

.7	Hyperbolische Spirale	199
.8	Logarithmische Spirale	199
.9	Gleichungen einiger anderer Kurven	200
7.6	Kurven im Raum	202
7.6.1	Allgemeine Sätze	202
.1	Kurve	202
.2	Bogenlänge	202
.3	Tangente	203
.4	Begleitendes Dreibein	203
.5	Besondere Ebenen	203
.6	Torsion	203
.7	Frenetsche Formeln	203
7.6.2	Gewöhnliche Schraubenlinie	204
.1	Definition	204
.2	Projektionen der Schraubenlinie	204
.3	Bogenelement	204
.4	Tangentenvektor	204
.5	Krümmung	204
.6	Windung	204
.7	Konstruktion der Projektion der Schraubenlinie	204
7.7	Flächen im Raum	204
7.7.1	Allgemeine Sätze	204
.1	Koordinatennetz	204
.2	Erste Fundamentalform	205
.3	Tangentialebene	205
.4	Winkel zweier Flächenkurven	206
.5	Flächeninhalt	206
.6	Zweite Fundamentalform	206
.7	Satz von Meusnier	207
.8	Hauptkrümmungen	207
.9	Satz von Euler	207
.10	Theorema egregium von Gauß	208
.11	Dupinsche Indikatrix	208
.12	Krümmungslinien	208
.13	Dreifaches Orthogonalsystem	208
7.7.2	Schraubenflächen	208
.1	Allgemeine Schraubenfläche	208
.2	Sonderfälle	208
.3	Quadrat des Linienelements	209
.4	Wendelfläche	209
.5	Vektor der Flächennormale	209
.6	Mittlere und Gaußsche Krümmung	209
.7	Flächeninhalt	209

8. Funktionen einer komplexen Veränderlichen

8.1	Gaußsche Zahlenebene	210
8.1.1	Allgemeines	210
8.1.2	Einheitsvektoren	210
8.1.3	Rechenoperationen	210
8.1.4	Geometrische Deutung	211
8.1.5	Schwingungen	212
8.2	Analytische Funktionen einer komplexen Veränderlichen, konforme Abbildung	212

8.2.1	Grundlagen	212.
.1	Analytische oder reguläre Funktionen	212.
.2	Konforme Abbildung	213.
.3	Riemannscher Abbildungssatz	214
8.2.2	Integration im Komplexen	214
.1	Erklärung des bestimmten Integrals	214
.2	Cauchyscher Integralsatz (Hauptsatz der Funktionentheorie)	214
.3	Cauchysche Integralformel und das Poissonsche Integral	214-
.4	Entwicklung analytischer Funktionen	215-
.5	Laurent-Reihen	215-
.6	Singularitäten	215
.7	Residuum	215
.8	Das Prinzip der analytischen Fortsetzung	216-
8.2.3	Einige besondere konforme Abbildungen	216-

9. Differentialgleichungen

9-1	Gewöhnliche Differentialgleichungen	219
9.1.1	Allgemeine Sätze	219-
.1	Gewöhnliche Differentialgleichungen	219-
.2	Differentialgleichung n -ter Ordnung	219-
.3	Differentialgleichung erster Ordnung	219-
9.1.2	Spezielle Fälle	220-
.1	Trennung der Veränderlichen	220
.2	Exakte Differentialgleichungen	220'
.3	Integrierender Faktor	220-
.4	Homogene Differentialgleichungen	220
.5	Lineare Differentialgleichung	220'
.6	Bernoullische Differentialgleichung	221
.7	Riccatische Differentialgleichung	221'
.8	Verfahren der wiederholten Differentiation	221'
.9	Singuläre Lösungen	221'
.10	Clairautsche Differentialgleichung	221'
.11	Besondere Fälle	221
9.1.3	Lineare Differentialgleichungen	222:
.1	Definition	222
.2	Homogene Differentialgleichung	222:
.3	Reduktion der Ordnung	222:
.4	Inhomogene Differentialgleichung	223:
.5	Variation der Konstanten	224-
.6	Konstante Koeffizienten	224-
.7	Eulersche Differentialgleichung	225"
9.1.4	Systeme von Differentialgleichungen (gekoppelte Differentialgleichungen)	226
.1	Definition	226
.2	Das allgemeine Integral	226
.3	Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten	226
9.1.5	Spezielle lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	227
.1	Potenzreihenansatz im allgemeinen	227
.2	Hypergeometrische Differentialgleichung	228
.3	Legendresche Differentialgleichung	229
.4	Differentialgleichung der Kugelfunktionen	230
.5	Differentialgleichung der Tschebyscheffschen Polynome	230
.6	Differentialgleichung der Hermiteschen Polynome	232
.7	Differentialgleichung der Läguerreschen Polynome	232
.8	Konfluente hypergeometrische und Whittakersche Differentialgleichung	235

-Inhaltsverzeichnis

- Λ^9 Besselsche Differentialgleichung und Besselsche Funktionen	233
.10 Mathiesche Differentialgleichung	241
9.2 Partielle Differentialgleichungen	245
9.2.1 Allgemeine Sätze	245
.1 Begriff der partiellen Differentialgleichung	245
.2 Partielle Differentialgleichung m-ter Ordnung	245
.3 Besondere Formen der partiellen Differentialgleichungen	245
9.2.2 Partielle Differentialgleichungen erster Ordnung	245
.1 Quasilineare Gleichungen	245
.2 Allgemeine Gleichung	245
.3 Anfangswertproblem	246
9.2.3 Partielle Differentialgleichungen	246
.1 Normalformen	246
.2 Verfahren der Trennung der Variablen	247
.3 Anfangs- und Randbedingungen	247
.4 Besondere partielle Differentialgleichungen	248
.5 Operatorenrechnung und Laplace-Transformation	253
9.3 Randwertprobleme, Variationsrechnung	256
9.3.1 Rand- und Eigenwertprobleme	256
.1 Grundlagen	256
.2 Homogene und inhomogene Randwertprobleme	256
.3 Alternativsatz	256
.4 Eigenwertprobleme und Eigenfunktionen	256
.5 Das Sturm-Liouvillesche Randwertproblem und die Greensche Funktion	258
9.3.2 Variationsrechnung	259
.1 Grundaufgabe	259
.2 Eulersche Differentialgleichung	259
.3 Legendresche Bedingung	260
.4 Nebenbedingungen	260
.5 Allgemeine Eulersche Differentialgleichung	261
.6 Ritzches Verfahren	261
.7 Zurückführung von Eigenwertproblemen auf Variationsprobleme	262
9.4 Integralgleichungen	263
9.4.1 Allgemeine Sätze	263
.1 Grundlagen	263
.2 Einfache Arten	263
.3 Auflösung und Alternativsatz Fredholmscher Integralgleichungen	263
.4 Rand- und Eigenwertprobleme	264
9-4-2 Spezielle Fälle	265

0. Praktische Mathematik

10.1 Zählenrechnen	268
10.1.1 Allgemeine Regeln zur Ausführung längerer Berechnungen	268
10.1.2 Rechenhilfsmittel	268
10.1.3 -Multiplikation und Division	268
10.1.4 -Quadratwurzeln	268
10.1.5 -n-te Wurzeln	268
10.1.6 Näherungsformeln	268
10.1.7 Fehlerrechnung	268

10-2	Nomographie	269
10.2.1	Aufgabe der Nomographie	269
10.2.2	Funktionsnetze	270
10.2.3	Netztafeln	270
10.2.4	Fluchtlinientafeln	270
10.3	Interpolations- und Differenzenrechnung, analytische Darstellung tabellarischer Funktionen	272
10.3.1	Lagrangesche Interpolationsformel	272
10.3.2	Newtonsche Interpolationsformel	272
10.3.3	Differenzenschema	273
10.3.4	Newtonsche Formel bei gleichen Argumentabständen	273
10.3-5	Newtonsche Formel bei aufsteigenden Differenzen und andere Formeln	273
10-3-6	Spline-Interpolation	274
10.3-7	Glätten einer Beobachtungsreihe	274
10-3-8	Tabellarische Differentiation und Integration	274
10-3-9	Berechnung des Wertes eines Polynoms	275
10-4	Rechnerische, zeichnerische und instrumentelle Verfahren der praktischen Analysis	275
10.4.1	Zeichnerische und instrumentelle Verfahren	275
.1	Konstruktion des Wertes eines Polynoms	275
.2	Messungen und Konstruktionen an gezeichneten Kurven.	
	Bogenlänge	276
.3	Flächeninhalt	276
.4	Anderer Maßbestimmungen durch bestimmte Integrale	277
.5	Zeichnerische Integration	278
.6	Zeichnerische Differentiation	279
.7	Zweite Integralkurve	279
.8	Verfahren der zweifachen Integration unter Benutzung von Schwerpunkten	279
.9	Zeichnerische Integration von Differentialgleichungen (DG)	
	1. Ordnung	280
.10	Gekoppelte Differentialgleichungen 1. Ordnung	281
.11	Differentialgleichungen 2. Ordnung	281
10-4-2	Auflösung von Gleichungen	282
.1	Lösung durch Näherungswert	282
.2	Zeichnerische Auflösung	282
.3	Verbesserung durch Interpolation (Regula falsi)	283
.4	Newtonsches Näherungsverfahren	283
.5	Verfahren des wiederholten Einsetzens (Iterationsverfahren)	283
.6	Verfahren von Graeffe	283
.7	Eliminationsverfahren	286
10-4-3	Angenäherte Berechnung bestimmter Integrale	286
.1	Eulersche Summenformel	286
.2	Spezialfall	286
.3	Simpsonsche Regel	286
.4	Gaußsche Quadraturformel	286
.5	Tschebyscheff-Integration	287
.6	Romberg-Integration	287
10.4.4	Numerische Integration von Differentialgleichungen	288
.1	Verfahren von Runge-Kutta	288
.2	Verfahren von Adams-Störmer	289
.3	Differenzenverfahren	289
.4	Systeme von Differentialgleichungen und Differentialgleichungen höherer Ordnung	292

10.4-5	Approximation von analytisch bestimmten Funktionen	299
.1	Grundproblem.	299
.2	Approximation kleinsten Aufwandes	301
.3	Allgemeinere Probleme	301
10.4-6	Harmonische Analyse.	302
.1	Allgemeines.	302
.2	Besselsche Formeln	303
.3	Verfahren von Runge	303
.4	Zeichnerisches Verfahren	304
.5	Verfahren von Eagle.	304
10-5	Parallelprojektion	304

11. Inhalte von Flächen und Körpern

11.1	Flächeninhalte F ebener Gebilde	307
11.2	Inhalte und Oberflächen von Körpern	310

12. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

12.1	Definitionen der mathematischen Wahrscheinlichkeit	316
12.1.1	Folgen der absoluten und relativen Häufigkeiten.	316
12.1.2	Wahrscheinlichkeit „ <i>a posteriori</i> “ (nach E. Kamke).	317
12.1.3	Unabhängigkeitsdefinition (nach E. Kamke).	317
12.1.4	Zulässige Stellenauswahl (nach R. v. Mises).	317
12.1.5	Regellosigkeit und Kollektiv (nach R. v. Mises)	318
12.1.6	Diskrete Wahrscheinlichkeit „ <i>a priori</i> “ (Klassische Definition)	318
12.1.7	Vergleich der Wahrscheinlichkeit „ <i>a priori</i> “ mit der Wahrscheinlichkeit „ <i>a posteriori</i> “.	319
12.1.8	Kontinuierliche Wahrscheinlichkeit „ <i>a priori</i> “	319
12.2	Grundgesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	320
12.2.1	Alternativwahrscheinlichkeit	320
12.2.2	Merkmalmischung	321
12.2.3	Additionsgesetz („ <i>Entweder-oder</i> “)	321
12.2.4	Folgenverbindung	322
12.2.5	Merkmalverbindung	322
12.2.6	Multiplikationsgesetz („ <i>Sowohl-als auch</i> “)	322
12.2.7	Teilung einer Ereignisfolge an einem Merkmal und Relativwahrscheinlichkeit	324
12.2.8	Divisionsgesetz (Bayessche Regel) und allgemeines Multiplikationsgesetz	324
12-3	Abgeleitete Sätze.	325
12.3.1	Mathematische Hoffnung oder Mittelwert	325
12.3.2	Gesetz der großen Zahlen	327
12.3.3	Gaußsche Verteilung	327
12.3.4	Bernoullisches Theorem	331
12.3.5	Markoffsches Lemma	332
12.3.6	Poissonsches Theorem	332
12.4	Statistik und Fehlerrechnung	332
12.4-1	Anwendung der Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	332
12.4.2	Genauigkeit einer Messung	333
12.4.3	Systematische und zufällige Fehler.	333
12.4.4	Fehlerarten	334
12.4.5	Mittelwert und Standardabweichung.	334
12.4.6	Methode der kleinsten Quadrate	337

12.4-7	Anwendungen	337
12.4-8	Die Laxissche Dispersionstheorie	338
12.4.9	Anwendung der Gauß-Laplaceschen Integralformel	338
12.4.10	Kontrollen	339
12.4.11	Weitere Hinweise	340
13. Rechnen auf digitalen Rechenautomaten		
13.1	Algorithmus, Programm	341
• 13.2	Zahlensysteme	341
13.2.1	Darstellung von Zahlen	341
13.2.2	Spezielle Rechenoperationen	343
13.3	Rechenprozeß und Rechenautomat	345
13.4	Programmierung	346
13.4.1	Programmablauf, Programmiersprachen, Übersetzung	346
13.4.2	Einiges zum Verständnis von ALGOL- und FORTRAN-Programmen	349
• 13.5	Sammlung einiger Algorithmen	353
13.5.1	ALGOL-Programm zur Berechnung eines Polynoms und seiner Ableitung mittels des Horner-Schemas	353
13.5-2	FORTRAN-Programm zur Romberg-Integration	354
13.5-3	ALGOL-Programm zur Auflösung linearer Gleichungssysteme	355
13.5.4	ALGOL-Programm zur Matrizeninversion	356
13.5.5	ALGOL-Programm zum Jacobi-Verfahren	357
13.5.6	FORTRAN-Programm zum Graeffe-Verfahren	358
13.5.7	FORTRAN-Programm zum Verfahren von Runge-Kutta	359
13.5.8	ALGOL-Programm zur Lagrangeschen Interpolation	361
Literaturverzeichnis		362
Sachverzeichnis		366