

JEAN PIAGET / BÄRBEL INHELDER

Unter Mitwirkung von achtzehn Mitarbeitern

# Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde

Mit einer Einführung von Hans Aebli

*Aus dem Französischen übersetzt  
von Rosemarie Heipcke*

KLETT-COTTA

# INHALTSVERZEICHNIS

ZUR EINFÜHRUNG VON HANS AEBLI . . . . .	11
---	----

VORWORT . . . . .	15
-------------------	----

## ERSTER TEIL

<i>Einleitung und elementare topologische Relationen.</i> . . . . .	19
---	----

KAPITEL I: <i>Wahrgenommener Raum, vorgestellter Raum und anschauliches Erfassen der Formen (stereognostische Wahrnehmung)</i> . . . . .	21
--	----

<i>1. Der wahrgenommene und der sensomotorische Raum.</i> . . . . .	23
---	----

1. Die vor der Vorstellung vorhandenen räumlichen Wahrnehmungen. . . . .	24
--	----

2. Wahrnehmung und Bewegung: Die Rolle der „Wahrnehmungsaktivität“ . . . . .	33
--	----

<i>//. Die Anschauung der Formen („stereognostische Wahrnehmung“).</i> . . . . .	38
--	----

3. Die Anschauung der Formen und die „stereognostische Wahrnehmung“, Verfahren und allgemeine Ergebnisse. . . . .	40
---	----

•i. Stadium I: Erkennen der vertrauten Gegenstände, sodann Erkennen der topologischen Formen, aber noch nicht der euklidischen Formen. . . . .	45
--	----

5. Stadium II: Fortschreitendes Erkennen der euklidischen Formen. . . . .	51
---	----

6. Stadium III: Operatorische Koordinierung . . . . .	60
---	----

7. Schlußfolgerungen. . . . .	62
-------------------------------	----

KAPITEL II: <i>Die elementaren räumlichen Relationen und die Zeichnung: Der „graphische Raum“.</i> . . . . .	70
--	----

<i>1. Der Raum der spontanen Zeichnung.</i> . . . . .	73
---	----

1. Stadium I: „Unfähigkeit zur Synthese“. . . . .	73
---	----

2. Stadium II: Der „intellektuelle Realismus“. . . . .	76
--	----

3. Stadium III: Der „visuelle Realismus“. . . . .	79
---	----

<i>//. Das Zeichnen der geometrischen Formen.</i> . . . . .	80
---	----

4. Verfahren und allgemeine Ergebnisse. . . . .	80
---	----

5. Stadium 0: Rhythmische Bewegungen. Stadium I: Erste Differenzierungen (I A), dann beginnende Differenzierung der geschlossenen Kurven (I B). . . . .	86
---	----

6. Stadium II: Die Differenzierung der euklidischen Formen . . . . .	97
--	----

7. Stadium III und Schlußfolgerungen. . . . .	106
---	-----

<b>KAPITEL III: Die lineare und die zyklische Reihenfolge. . . . .</b>	<b>110</b>
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse. . . . .	111
2. Stadium I: Einfache, durch Ähnlichkeit hergestellte anschauliche Zuordnungen nicht geordneter Gegenstände. . . . .	114
3. Stadium II: Anschauliche Vorstellung der Reihenfolge. Teilstadium II A: Konstruktion der direkten Reihenfolge bei optischer Übereinstimmung	119
4. Stadium II: Anschauliche Vorstellung der Reihenfolge. Teilstadium II B: Umsetzung der zyklischen Reihenfolge in die lineare; Scheitern bei der Umkehrung der Reihenfolge. . . . .	124
5. Stadium II: Anschauliche Vorstellung der Reihenfolge. Übergangsfälle zwischen den Stufen II B und III: Konstruktion der umgekehrten Reihenfolge durch allmähliches Herantasten. . . . .	130
6. Stadium III: Operatorische Übereinstimmungen und Schlußfolgerungen	133
<b>KAPITEL IV: Die Knoten und die Relationen des Umschlossenseins • • •</b>	<b>137</b>
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse. . . . .	139
2. Stadium I: Erlernen der Knoten. . . . .	142
3. Stadium II: Partielle anschauliche Zuordnungen zwischen aktiv reproduzierbaren Knoten. . . . .	147
4. Stadium III: Operatorische Zuordnung zwischen den einfachen Knoten; Unterscheidung zwischen nach links geschlungener und nach rechts geschlungener Brezel. . . . .	156
<b>KAPITEL V: Die Begriffe „Punkt“ und „Kontinuum“.</b>	<b>160</b>
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse. . . . .	162
2. Stadium II: Präoperatorische Anschauungen. . . . .	165
3. Stadium III: Operatorische Kompositionen im Endlichen und Übergangsreaktionen hinsichtlich des Kontinuums. . . . .	174
4. Stadium IV: Die formalen Operationen und die Synthese des Kontinuums	182

ZWEITER TEIL

<i>Der projektive Raum.</i> . . . . .	187
<b>KAPITEL VI: Die projektive Gerade und die Perspektive.</b> . . . . .	<b>189</b>
<i>7. Die Konstruktion der projektiven Geraden.</i> . . . . .	190
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse. . . . .	190
2. Stufe I und II A: Unfähigkeit zur Konstruktion einer parallel zum Tischrand verlaufenden Geraden (I), dann einer unabhängigen Geraden (IIA)	192
3. Teilstadium II B: Übergangsreaktionen; Stadium III: Operatorische Konstruktion der projektiven Geraden durch „Peilen“. . . . .	200

<i>11. Die Perspektive</i> .....	20;
4. Verfahren und allgemeine Ergebnisse .....	20f
5. Stadium II: Zuerst total, dann teilweise fehlende Differenzierung der Blickwinkel zum Gegenstand; Vorstellung des Gegenstandes in sich selbst, ohne Perspektive .....	21:
6. Stadium III: Partielle (Teilstadium III A), dann vollständige (Teilstadium III B) operatorische Differenzierung der Blickwinkel der Person zum Gegenstand; spontane zeichnerische Darstellung der Perspektive ...	22
 KAPITEL VH: <i>Die Projektion der Schatten</i> .....	23
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse .....	23
2. Die Projektion von Geraden .....	23
3. Der Schatten der Scheibe .....	23
4. Der Schatten der rechteckigen Papptafel .....	24
5. Die Projektion konischer Gegenstände .....	24
 KAPITEL VIII: <i>Das In-Beziehung-Setzen der Perspektiven</i> .....	24
1. Angewandte Verfahren und allgemeine Ergebnisse .....	25
2. Teilstadium II A: Auf den eigenen Blickwinkel zentrierte Vorstellung ...	25
3. Teilstadium II B: Übergangsreaktionen; Versuche zur Differenzierung der Blickwinkel .....	26
4. Teilstadium III A: Echte, aber unvollständige Relativität .....	27
5. Teilstadium III B: Vollständige Relativität der Perspektiven .....	28
6. Schluß: Die Koordinierung der Blickwinkel und die Konstruktion der isolierbaren projektiven Relationen .....	28
 KAPITEL IX: <i>Die Schnittoperationen</i> .....	29
1. Zylinder, Prisma, Parallelepipid und Hohlkugel in Längs- und Querschnitt .....	29
2. Die Kegelschnitte .....	3C
3. Schnitte einiger komplexer Strukturen und Schlußfolgerungen .....	3C
 KAPITEL X: <i>Das „Umlegen“ und „Abwickeln“ der Flächen</i> .....	31
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse .....	32
2. Zylinder und Kegel .....	32
3. Die Entfaltung des Würfels und des Tetraeders .....	32
4. Schlußfolgerungen: Das Wesen der bildlichen Anschauung und die Wechselbeziehung zwischen den projektiven und den euklidischen Operationen	3'

*Der Übergang zum euklidischen Raum* . . . . . 349

KAPITEL XI: *Die affinen Transformationen des Rhombus  
und die Beibehaltung der Parallelen* . . . . . 351

1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse . . . . . 354  
 2. Teilstadium II A: Fehlende Strukturierung der Rhomben; unbeschränkte  
 Vergrößerung der wahrgenommenen Figuren bei den Transformationen  
 des Geräts . . . . . 357  
 3. Teilstadium II B: Fortschreitende Strukturierung der Rhombenform; be-  
 ginnende Antizipation der Transformationen, aber ohne Parallelität und  
 ohne Beibehaltung der Seitenlänge . . . . . 360  
 4. Stadium III; Teilstadium III A: Beginnende operatorische Strukturierung  
 mit Parallelität der gegenüberliegenden Seiten des Rhombus und Bei-  
 behaltung ihrer Länge . . . . . 363  
 5. Teilstadium IIIB und Stadium IV: Explizite Formulierung der Relationen 365  
 6. Schlußfolgerungen: Die Beibehaltung der Parallelität . . . . . 366

KAPITEL XII: *Die Ähnlichkeiten und die Proportionen* . . . . . 371

*I. Die Ähnlichkeit der Dreiecke* . . . . . 374

1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse . . . . . 374  
 2. Die eingeschachtelten Dreiecke. Die Teilstadien II A (keine Parallelität  
 der Seiten) und II B (beginnende Parallelität) . . . . . 380  
 3. Die eingeschachtelten Dreiecke. Die Teilstadien III A (Herstellung der  
 Seitenparallelität), III B (Beginn der Dimensionsverhältnisse) . . . . . 386  
 4. Die auf die Gleichheit der Winkel gegründete Ähnlichkeit der Dreiecke.  
 Die Teilstadien II A (Fehlen der Analyse) und II B (beginnende Analyse  
 der Neigungen) . . . . . 398  
 5. Die auf die Gleichheit der Winkel gegründete Ähnlichkeit der Dreiecke.  
 Die Teilstadien III A und III B (fortschreitende Analyse der Winkel) . . . 402

*II. Die Ähnlichkeit der Rechtecke* . . . . . 408

6. Verfahren und allgemeine Ergebnisse . . . . . 409  
 7. Stadium II (4—5 bis 7—8 Jahre): Globaler Vergleich, Übertreibung der  
 Länge . . . . . 413  
 8. Stadium III: Anschauliche Transpositionen der Dimensionsverhältnisse,  
 aber Scheitern der zeichnerischen Konstruktionen . . . . . 419  
 9. Stadium IV: Generalisierung der operatorischen Proportionalität . . . . . 427  
 10. Schlußbemerkung . . . . . 428  
 Anhang: Die Proportionen zwischen offenen Figuren . . . . . 432

KAPITEL XIII: <i>Die Bezugssysteme und die Koordinaten.</i>	
<i>Die Horizontale und die Vertikale.</i> . . . . .	435
1. Die Horizontale und die Vertikale. Verfahren und allgemeine Ergebnisse	440
2. Stadium I: Fehlende Abstraktion der Oberflächen und Ebenen hinsichtlich des Wassers und des Berges. . . . .	446
3. Teilstadium II A: Wasseroberfläche parallel zur Basis des Gefäßes; Bäume senkrecht zu den Hängen des Berges. . . . .	449
4. Teilstadium II B: Übergangsreaktionen. . . . .	456
5. Stadium III: Die Entdeckung der Horizontalen und der Vertikalen. . . .	465
6. Die Verwendung beliebiger Bezugssysteme. . . . .	478
7. Schlußfolgerungen: Die Konstruktion der Koordinatensysteme. . . . .	481
 KAPITEL XIV: <i>Die topographischen Schemata</i>	
<i>und der Plan des Dorfes.</i> . . . . .	486
1. Die Puppe und ihr Platz in der Landschaft. . . . .	488
2. Der Plan des Dorfes. Verfahren und allgemeine Ergebnisse. . . . .	494
3. Stadium I: Keine räumliche Entsprechung, außer gewissen Nachbarschaften	498
4. Stadium II: Partielle Koordinierungen. . . . .	501
5. Teilstadium III A: Beginn der euklidischen und projektiven Gesamtko- ordinierungen. . . . .	507
6. Teilstadium III B: Verbesserung der Abstände und der Proportionen . . .	513
7. Stadium IV: Der schematische Plan und die metrischen Koordinaten . . . .	516
 KAPITEL XV: <i>Schlußfolgerungen: Die „Anschauung“ des Raumes</i> • • •	518
1. Wahrnehmung und Vorstellung des Raumes: Die Rolle des Bildes. . . . .	523
2. Die infralogischen Operationen und das Kontinuum. . . . .	531
3. Die infralogischen Operationen, aus denen die elementaren topologischen Relationen entstehen. . . . .	534
4. Die infralogischen Operationen, aus denen die projektiven Relationen entstehen. . . . .	542
5. Die infralogischen Operationen, aus denen der euklidische Raum entsteht	551
6. Die extensiven und metrischen Operationen und das Problem der geneti- schen Aufeinanderfolge der Operationen. . . . .	559