

JEAN PIAGET / BÄRBEL INHELDER / ALINA SZEMINSKA

Unter Mitwirkung von sechzehn Mitarbeitern

Die natürliche Geometrie des Kindes

Mit einer Einführung von Hans Aebli

ERNST KLETT VERLAG
STUTTGART

INHALTSVERZEICHNIS

ZUR EINFÜHRUNG VON HANS AEBLI	11
---	----

ERSTER TEIL

<i>Einleitung: Verlagerung und spontanes Messen.</i>	15
--	----

KAPITEL I: <i>Die Vorstellung von den Verlagerungen.</i>	16
--	----

1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	18
2. Die Stadien I und II: Fehlende Koordinierung der Anhaltspunkte, fehlende Vorstellung von den Verlagerungen.	21
3. Teilstadium III A: Partielle Koordinierung der dargestellten Verlagerungen in Verbindung mit den Anhaltspunkten.	30
4. Teilstadium III B: Gesamtkoordinierung der Bezüge, Vorstellung der vollständigen Gruppe der Verlagerungen.	35
5. Schlußfolgerungen: Die Gruppe der Verlagerungen und das Koordinatensystem; räumlicher Egozentrismus und Gruppierung	37

KAPITEL II: <i>Das spontane Messen.</i>	43
---	----

1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	46
2. Stadium I: Direkter Wahrnehmungsvergleich; ausschließlich visuelle Übertragungen.	50
3. Stadium II: Das Auftreten der Verlagerungen. Teilstadium II A: Die manuelle Übertragung als Ergänzung der visuellen Übertragung.	58
4. Stadium II: Auftreten der Verlagerungen. Teilstadium II B: Körperliche Übertragungen oder Nachahmung des gemessenen Gegenstandes	64
5. Die Übergänge zwischen den Stufen II B und III A: Allmähliche Entdeckung des unabhängigen Mittelgliedes.	72
6. Stadium III: Operatorisches gemeinsames Maß. Teilstadium III A: Transitivität der qualitativen Kongruenzrelationen; noch keine Wiederholung einer Einheit	79
7. Stadium III: Operatorisches gemeinsames Maß. Teilstadium III B: Herausbildung einer Metrik durch stetiges Wiederholen der Einheit	86
8. Schlußfolgerungen: Die Vorstellung von den Verlagerungen und die Probleme des Messens.	88

ZWEITER TEIL

<i>Erhaltung und Messung von Längen.</i>	93
--	----

KAPITEL III: <i>Die Konstruktion der Abstandsrelationen.</i>	94
--	----

1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	96
2. Stadium I: Keine Gesamtabstände.	99

3. Stadium II, Teilstadium II A: Keine Erhaltung des Gesamtabstandes; Asymmetrie der Abstandsrelationen.	102
4. Teilstadium II B, Typ A: Keine Erhaltung des Gesamtabstandes, aber Entdeckung der Symmetrie der Intervallrelationen.	108
5. Stadium II, Teilstadium II B, Typ B: Erhaltung des Gesamtabstandes, aber Asymmetrie der Intervallrelationen.	110
6. Stadium III: Erhaltung des Abstandes.	112
KAPITEL IV: Die Erhaltung der Längen bei Verlagerung der Gegenstände und die Beziehung zwischen Abständen und Längen.	119
1. Die Länge der Linien und die Übereinstimmung ihrer Endpunkte	121
2. Das Abschätzen der Längen zweier Geraden, die zueinander verschoben werden. Stadium I und Teilstadium II A: Keine Erhaltung der Länge	125
3. Das Abschätzen der Länge zweier verschobener Geraden. Teilstadium II B: Übergangsreaktionen.	128
4. Das Abschätzen der Länge zweier verschobener Geraden. Stadium III: Operatorische Erhaltung	132
KAPITEL V: Erhaltung und Messung der Längen.	135
<i>I. Die Erhaltung der Längen bei Verformung der zu vergleichenden Linien.</i>	<i>136</i>
1. Die Stufen I und II A: Fehlende Erhaltung der Länge.	137
2. Teilstadium II B: Übergangsreaktionen.	144
3. Stadium III: Operatorische Erhaltung.	147
<i>II. Das Messen der Längen.</i>	<i>150</i>
4. Die Stufen I und II A: Verschiedene Vergleichsverfahren, die der Transitivität und dem Messen vorausgehen.	150
5. Teilstadium II B: Übergangsreaktionen.	158
6. Stadium III: Das operatorische Messen.	160
KAPITEL VI: Die Bestimmung einer Strecke auf einer Geraden.	163
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	165
2. Die Stufen I und II A: Ausschließliche Abschätzung der Länge der Strecken nach den Zielpunkten.	166
3. Teilstadium II B: Übergangsreaktionen.	173
4. Stadium III: Die operatorische Handhabung des Maßes.	179
5. Schlußfolgerung: Qualitative Koordinierung der Teilungs- und Verlagerungsoperationen; operatorische Synthese dieser Operationen zu metrischen Operationen (Wiederholung der Einheit).	183
DRITTER TEIL	
<i>Rechtwinklige Koordinaten, Winkel und Kurven.</i>	<i>189</i>
KAPITEL VII: Die Bestimmung eines Punktes auf einer Ebene oder in einem Raum.	190

1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	190
2. Die Stufen I und II A: Bestimmung des Punktes nach dem Augenmaß ohne Verwendung der Meßwerkzeuge oder Verwendung derselben als Wahrnehmungsstütze, ohne Messen.	193
3. Teilstadium II B: Beginnendes, aber eindimensionales Messen.	195
4. Übergangsfälle zwischen den Stufen II B und III A: Übergang vom eindimensionalen zum zweidimensionalen Messen.	200
5. Teilstadium III A: Empirische Entdeckung des zweidimensionalen Messens.	204
6. Teilstadium III B: Operatorische Handhabung des zweidimensionalen Messens.	208
7. Das Messen in drei Dimensionen und Schlußfolgerungen.	209
 KAPITEL VIII: <i>Das Messen von Winkeln</i>	 213
<i>I. Das Messen der Winkel</i>	213
1. Die Stufen II A und II B: Völlig fehlendes Messen der Winkel.	214
2. Stufe III A: Bemühen um Parallelität der Neigungen, aber Mißerfolg beim Messen der Winkelöffnungen.	218
3. Stufe III B: Das Messen der Winkelöffnungen.	221
4. Stadium IV: Wahl der Normalöffnung des Winkels.	224
 <i>II. Das Messen von Dreiecken</i>	 226
5. Stufe II A und II B: Kein Messen bzw. eindimensionales Messen ohne Koordinierung der Seiten.	227
6. Stufe III A: Empirische Entdeckung des Messens von Neigungen und Winkeln.	231
7. Stufe III B: Einführung des Höhenmaßes zusätzlich zur Länge der Seiten.	233
8. Stadium IV: Konstruktion einer Senkrechten außerhalb des Dreiecks.	234
9. Das Messen eines unregelmäßigen Polygons.	236
 <i>III. Die Summe der Winkel im Dreieck</i>	 238
10. Stadium II: Kein Verständnis der Relationen.	241
11. Stufe III A: Beginnende Induktion der Relationen.	243
12. Stufe III B: Generalisierung des Gesetzes.	247
13. Stadium IV: Formale Notwendigkeit.	250
 KAPITEL IX: <i>Zwei Probleme des geometrischen Ortes: Die geradlinigen örter und der Kreis</i>	 256
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	256
2. Stadium I: Begriff der Abstandsgleichheit noch bedeutungslos.	260
3. Stadium II: Verständnis der Abstandsgleichheit und allmähliches Verständnis des Ortes.	262
4. Stadium III: Direkte operatorische Konstruktion des „Ortes“.	271

KAPITEL X: <i>Der Kreis, die mechanischen Kurven und die Vorstellung von den zusammengesetzten Bewegungen.</i>	276
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	277
2. Stadium I: Keine Vorstellung von den durch die Bewegung beschriebenen Kurven, nicht einmal vom Kreis.	280
3. Die Reaktionen im Teilstadium II A: Zeichnen der Bahnen, aber fehlende Differenzierung der Kurven.	282
4. Stufe II B: Einsetzende Differenzierung der durch einfache und durch zusammengesetzte Bewegungen erzeugten Kurven.	289
5. Stadium III, Stufe III A und III B: Unmittelbare Konstruktion der einfachen Kurven, fortschreitende empirische Konstruktion der zusammengesetzten Kurven.	299
6. Stadium IV: Direkte deduktive Lösungen.	307

VIERTER TEIL

<i>Flächen und Volumina.</i>	313
--	-----

KAPITEL XI: <i>Erhaltung und Messung der Flächen sowie die Subtraktion zweier kongruenter Teilflächen von zwei gleichen Gesamtflächen.</i>	315
--	-----

<i>I. Die Subtraktion der kongruenten Teilflächen von zwei gleichen Gesamtflächen.</i>	315
--	-----

1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	316
2. Stufe II A: Abschätzen mittels der Wahrnehmung; Fehlen der operatorischen Addition und Subtraktion.	318
3. Stufe II B: Übergangsreaktionen; Stadium III: Operatorische Komposition.	323

<i>II. Die Erhaltung und die Messung von Flächen.</i>	329
---	-----

4. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	329
5. Die Erhaltung der Flächen; Stufe II A: Fehlende Erhaltung.	331
6. Die Erhaltung der Flächen; Stufe II B: Übergangsreaktionen.	338
7. Die Erhaltung der Flächen; Stufe III A: Operatorische Erhaltung	341
8. Die Erhaltung der Flächen innerhalb und außerhalb einer geschlossenen Grenze.	343
9. Das Messen von Flächen	
I. Die Abdeckmethode.	350
10. Das Messen von Flächen	
II. Wiederholtes Abtragen der Einheit	355

KAPITEL XII: <i>Die Teilung der Flächen und der Begriff des Bruchteils</i>	361
--	-----

1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	361
2. Stadium I: Die Schwierigkeiten des Teilens in zwei gleiche Hälften	363
3. Das Teilstadium II A und die Schwierigkeiten beim Teilen in Drittel	373

4. Teilstadium II B und Stadium III: Allmähliches, dann sofortiges Ge- lingen der Dreiteilung	381
5. Das Teilen in fünf oder sechs gleiche Teile (Stufe III B).	384
6. Die Beziehungen zwischen den Teilen und dem Ganzen und die Erhal- tung der Gesamtheit.	388
7. Schlußfolgerungen. Die Teilung der Flächen und der Begriff des Bruchteils.	395
 KAPITEL XIII: <i>Das Verdoppeln von Flächen und Volumina.</i>	399
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	400
2. Stadium II: Keine Verdoppelung möglich, nicht einmal Verdoppelung der Längen.	403
3. Teilstadium III A: Verdoppelung der Flächen reduziert auf die Ver- doppelung der Seitenlänge (bzw. des Durchmessers); Verdoppelung der Längen gelingt mittels der Anschauung.	406
4. Teilstadium III B: Versuche zur Herstellung einer Beziehung zwischen der Länge der Grenzlängen und den zu verdoppelnden Flächen bzw. Volumina.	411
5. Stadium IV: Verständnis der multiplikativen Relationen zwischen den Längen und den Flächen bzw. Rauminhalten.	416
Anhang: Die Beziehungen zwischen dem linearen Messen und dem Messen der Flächen in Quadrateinheiten.	419
 KAPITEL XIV: <i>Erhaltung und Messung der Volumina.</i>	421
1. Verfahren und allgemeine Ergebnisse.	423
2. Teilstadium II A: Veränderung der Volumina; eindimensionale Ver- gleiche.	427
3. Teilstadium II B: Übergangsreaktionen.	433
4. Teilstadium III A: Logische Multiplikation der Relationen und Er- haltung des inneren Volumens.	437
5. Teilstadium III B: Beginn der metrischen Relationen.	443
6. Stadium IV: Mathematische Multiplikation der dreidimensionalen Größen, Erhaltung des besetzten Volumens.	448
 FÜNFTER TEIL 	
<i>Schlußfolgerungen.</i>	453
 KAPITEL XV: <i>Die drei Ebenen der euklidischen Konstruktion.</i>	454
I. <i>Der Übergang von den topologischen Relationen zu den elemen- taren euklidischen Begriffen der Erhaltung (Stufe III A).</i>	455
II. <i>Die Entwicklung des Messens (Stufe III B).</i>	463
III. <i>Die Berechnung der Flächen und der Volumina (Stufe IV)</i>	472