

Mary Jane Sterling

Algebra für Dummies

*Übersetzung aus dem
Amerikanischen von Eva Steffen
Fachkorrektur von Gerlinde Kurz*



WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Inhaltsverzeichnis

Über die Autorin	7
Widmung	7
Danksagung	7
Einführung	21
Über dieses Buch	21
Konventionen in diesem Buch	22
Was Sie nicht lesen müssen	22
Törichte Annahme über den Leser	23
Wie dieses Buch aufgebaut ist	23
Teil I: Einmal ganz von vorne	23
Teil II: Faktorisieren verstehen	24
Teil III: Mit Gleichungen arbeiten	24
Teil IV: Algebra anwenden	24
Teil V: Der Top-Ten-Teil	24
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	25
Wie es weitergeht	25
Teil I	
Einmal ganz von vorne	27
Kapitel 1	
Sich zum Rechnen rüsten	29
Mit den Grundlagen anfangen: Zahlen	30
Ganz echte Zahlen	31
Auf natürliche Zahlen zählen	31
Voll und ganze Zahlen	31
Vernünftig sein: Rationale Zahlen	32
Irrationale Zahlen zähmen	32
Gerade und ungerade Zahlen	32
Variablen variieren	33
Algebra sprechen	34
Rechenarten unter der Lupe	35
Rechenzeichen entschlüsseln	36
Klammern	37
Beziehungen definieren	37
Mit Gegenteiligen arbeiten	38
Nach den Regeln spielen	39

Kapitel 2

Vorzeichen erkennen: Positive und negative Zahlen

41

(Vor-)Zeichen setzen	41
Positive Zahlen positionieren	42
Das Beste aus negativen Zahlen machen	42
Positives und Negatives vergleichen	43
Die Null entdecken	44
Mit dem Rechnen loslegen	44
Binomisches Rechnen verstehen	44
Nicht-binomische Rechnungen kennen lernen	45
Mit Vorzeichen rechnen	46
Zahlen mit gleichen Vorzeichen verbinden	46
Unterschiedliche Vorzeichen addieren	47
Zahlen mit Vorzeichen subtrahieren	48
Zahlen mit Vorzeichen multiplizieren und dividieren	50
Rechnen mit nichts: Null und Vorzeichen	51
Assoziativ- und Kommutativgesetz	51
Rechnungen neu ordnen: Das Kommutativgesetz	51
Zusammenschlüsse: Das Assoziativgesetz	52

Kapitel 3

Brüche begreifen und mit Dezimalzahlen klarkommen

55

Zahlen zerlegen und wieder zusammensetzen	55
Echte Brüche entdecken	56
Unechte Brüche kennen lernen	57
Es mit gemischten Zahlen aufnehmen	58
Kürzungen, wohin man blickt	58
Rechnen mit gleichwertigen Brüchen	58
Warum kleiner besser ist	59
Wenn sich nicht kürzen lässt	60
Gleichnamige Brüche	62
Gleiche Nenner finden	62
Mit unechten Brüchen arbeiten	64
Was Brüche alles können	64
Brüche addieren und subtrahieren	65
Brüche multiplizieren	66
Brüche dividieren	68
Mit Dezimalzahlen klarkommen	68
Brüche in Dezimalzahlen verwandeln	69
Dezimalzahlen in Brüche verwandeln	71

Kapitel 4	
Exponenten entdecken und Wurzeln würdigen	73
Gleiche Zahlen mit sich selbst multiplizieren	73
Potenzen schreiben	74
Exponenten vergleichen	75
Abstecher zur Exponentialschreibweise	76
Exponentielle Ausdrücke erforschen	77
Multiplizierte Exponenten	80
Geteilte Exponenten	81
Die Null als Exponent	81
Mit negativen Exponenten arbeiten	82
Potenzen potenzieren	83
Wurzeln verwurzeln	84
Kapitel 5	
In richtiger Reihenfolge rechnen und Lösungen überprüfen	87
Rechnungen ordnen	87
Mit Proben prüfen	92
Sinnvolle erste Schritte	92
Schritt zwei einsetzen	93
Ergebnisse verständlich formulieren	94
Kapitel 6	
Sich zum Rechnen rüsten	97
Ein paar Einschränkungen einhalten	97
Zahlen mit Buchstaben darstellen	98
Faktoren und Koeffizienten anfügen	98
Mathematisch werden	100
Variablen addieren und subtrahieren	100
Potenzen addieren und subtrahieren	102
Variablen multiplizieren und dividieren	103
Multiplizierte Variablen	103
Geteilte Variablen	103
Alles anwenden	105

Teil II

Faktorisieren verstehen

107

Kapitel 7

Produktive Primzahlen

109

Das Wesentliche zu Anfang	109
Sich mit zusammengesetzten Zahlen auseinander setzen	110
Primfaktorenzerlegung ausschreiben	111
Primfaktorenzerlegung ergründen	112
Primfaktoren bei der Arbeit	112
Teiler finden	114

Kapitel 8

Geteilte Freude: Das Distributivgesetz

117

Gerecht verteilt	117
Zuerst ausmultiplizieren	118
Zuerst kombinieren	119
Vorzeichen verteilen	120
Positive Verteilung	120
Negative Verteilung	120
Verteilung mit Rollentausch	121
Variablen ins Spiel bringen	122
Negative Vorzeichen verteilen	124
Negative Exponenten ergeben gebrochene Lösungen	125
Arbeiten mit gebrochenen Exponenten	126
Mehr als einen Term ausmultiplizieren	128
Binome ausmultiplizieren	128
Trinome ausmultiplizieren	130
Polynom mal Polynom	130
Besonders verteilt: Binomische Formeln	131
Binomische Formeln erkennen	131
Gleiche Terme – andere Vorzeichen	133
Die Differenz zwischen zwei Kubikzahlen finden	134
Die Summe von zwei Kubikzahlen finden	135

Kapitel 9

Faktorisieren im ersten Grad

137

Faktorisieren	137
Mit Zahlen faktorisieren	137
Mit Variablen faktorisieren	140
Mit Zahlen und Variablen faktorisieren	141
Zusammenfassen	142

Kapitel 10	
Faktorisieren im zweiten Grad	145
Quadratische Funktionen kennen lernen	145
Große Zahlen zähmen	147
Jeder Term mit jedem Term	148
Auflösen leicht gemacht	148
Faktorisieren für Fortgeschrittene	152
Funktionen verschiedentlich faktorisieren	158
Kapitel 11	
Besonderes Faktorisieren	161
Brave Binome	161
Die Differenz zweier Quadrate faktorisieren	162
Die Differenz von Kubikzahlen faktorisieren	162
Die Summe von Kubikzahlen faktorisieren	165
An Trinomen und Größerem tüfteln	166
Terme zusammenfassen	166
Wissen, wann es genug ist	168
Teil III	
Mit Gleichungen arbeiten	171
Kapitel 12	
Mit linearen Gleichungen Bekanntschaft schließen	173
Lösen mit der Division	173
Lösen mit der Multiplikation	175
Lösen mit dem Kehrwert	177
Gleichungen aufstellen	179
Einen Zweck finden	179
Lösungen auf ihren Sinn prüfen	181
Kapitel 13	
Lineare Gleichungen lösen	183
Ausgeglichene Gleichungen	183
Den Regeln folgen	184
Es sich einfach machen mit Vereinfachen	184
Verschachtelte Verhältnisse	186
Ausgleichende Addition	188
Addieren bevorzugt	189
Ausmultiplizieren bevorzugt	189
Verhältnisgleichungen	192

Überkreuzmultiplizieren	192
Aus Brüchen werden Verhältnisgleichungen	194
Brüche beibehalten	195
Variable Lösungen	198
Unmögliche Lösungen	200

Kapitel 14**Mit quadratischen Gleichungen glänzen 203**

Sich für quadratische Gleichungen qualifizieren	203
Verwurzelte Lösungen quadratischer Gleichungen	206
Lösen durch Faktorisieren	208
Wunderbare Null	208
Größter gemeinsamer Teiler und Multiplikation mit null	210
Quadratische Gleichungen mit drei Termen	211
Quadratische Gleichungen anwenden	216
Große Lösungsformel	217

Kapitel 15**Mit höhergradigen Gleichungen rechnen 221**

Kubische Gleichungen kennen lernen	221
Gleichungen mit Kubikzahlen lösen	222
Lösen mit dem größten gemeinsamen Teiler	223
Kubische Ausdrücke zusammenfassen	225
Kubische Gleichungen mit ganzen Lösungen	226
Mit quadratischen Gleichungen zu höheren Potenzen	228
Entwurzelte Wurzeln	232
Beide Seiten quadrieren	232
Beide Seiten zweimal quadrieren	235
Das Horner-Schema	236
Ganzzahlige Lösungen	237
Gebrochene Lösungen	239

Kapitel 16**Ungleichungen zum Ausgleich 241**

Rechnen mit Ungleichungen	241
Ungleichungen addieren und subtrahieren	242
Ungleichungen multiplizieren und dividieren	243
Lineare Ungleichungen lösen	244
Mit mehr als zwei Termen arbeiten	246
Quadratische Ungleichungen lösen	248
Ohne null weiterkommen	251
Mit mehr als zwei Faktoren arbeiten	251

Gebrochene Ungleichungen kennen lernen	253
Beträge bewältigen	255
Betragsgleichungen lösen	255
Betragsgleichungen lösen	257

Teil IV

Algebra anwenden 259

Kapitel 17

Folgenreiche Formeln 261

Gut bemessen	261
Wie lang etwas ist: Längeneinheiten	262
Der Satz des Pythagoras	262
Den Umfang ermitteln	264
Flächen finden: Inhalt	268
Rechtecke und Quadrate	268
Dreiecke	269
Kreise	271
Voll gefüllte Volumen	272
Prismen unter der Lupe	272
Zylinder zeichnen	273
Pyramiden bauen	274
Kegel kennen lernen	275
Perfekte Kugel	276
Entfernung, Geschwindigkeit, Zeit	276
Wie weit, wie schnell, wie lang	276
Auf Wasser anders messen	278
Zinsen und Prozent berechnen	278
Zinsen verzeichnen und verzinsen	279
Steuern und Rabatte beurteilen	281
Permutation und Kombinatorik kennen lernen	282
Auf die Fakultät zählen	283
Kombinatorik nutzen	283
Mit Permutation Ordnung schaffen	285
Eigene Formeln (er)finden	286

Kapitel 18

Textaufgaben für den Alltag 287

Textaufgaben lösen lernen	287
Mit Umfang, Fläche und Volumen loslegen	288
Umfassender Umfang	288
Faszinierende Flächeninhalte	290

Volle Volumen	292
Mischungsrechnungen aufmischen	296
Flüssigkeiten prozentual mischen	297
Feste Anteile vermengen	298
Zinsen zuordnen	298
Rechnen zahlt sich aus: Geld	300
Amerikanisches Geld in den Griff bekommen.	300
Wer wie viel zahlt	301
Entfernungen ermitteln	302
Entfernung plus Entfernung	302
Gleiche Entfernungen	303
Rechtwinklige Dreiecke zurechtrücken	304
Die Höhe herausfinden	304
Die Entfernung erforschen	306
Kreise umrunden	307

Kapitel 19

Visualisieren: Graphen

309

Grafisch darstellen und verstehen	309
Graphen begreifen	311
Einen Punkt machen	312
Koordinaten koordinieren	312
Punkte richtig setzen	314
Geraden eintragen	315
Geradengleichungen grafisch darstellen	317
Schnittige Schnittpunkte	319
Stetige Steigungen	320
Steigungen bestimmen	322
Steigung und Schnittpunkt kombinieren	323
Die Punktsteigungsform grafisch umsetzen	325
Parallele und rechtwinklige Geraden konstruieren	326
Schnittpunkte zweier Geraden	327
Schnittpunkte grafisch finden	328
Schnittpunkte durch Substitution finden	329
Packende Parabeln	330
Normalparabeln kennen lernen	330
Den Scheitelpunkt auf eine Achse setzen	331
Verschieben und multiplizieren	332
Die allgemeingültige Form einer Parabel	334

Teil V	
Der Top-Ten-Teil	337
Kapitel 20	
Zehn weit verbreitete Anfängerfehler	339
Binome quadrieren	339
Ausmultiplizieren	340
Brüche aufteilen	340
Wurzeln aufteilen	340
Reihenfolge von Rechnungen	340
Gebrochene Exponenten	341
Grundzahlen multiplizieren	341
Potenzen potenzieren	341
Brüche kürzen	342
Negative Exponenten	342
Kapitel 21	
Zehn Möglichkeiten des Faktorisierens	343
Zwei Terme mit einem ggT	343
Die Differenz zweier Quadrate	343
Die Differenz zweier Kubikzahlen	344
Die Summe zweier Kubikzahlen	344
Drei Terme mit einem ggT	344
Ein Trinom in zwei Binome faktorisieren	344
Am quadratischen Lösungsweg orientieren	344
Vier oder mehr Terme mit einem ggT	345
Vier oder mehr Terme zusammenfassen	345
Vier oder mehr Terme ungleich zusammenfassen	345
Kapitel 22	
Zehn Teilbarkeitsregeln	347
Teilbarkeit durch 2	347
Teilbarkeit durch 3	347
Teilbarkeit durch 4	348
Teilbarkeit durch 5	348
Teilbarkeit durch 6	348
Teilbarkeit durch 8	348
Teilbarkeit durch 9	349
Teilbarkeit durch 10	349
Teilbarkeit durch 11	349
Teilbarkeit durch 12	349

Kapitel 23	
Zehn Schritte beim Lösen von Textaufgaben	351
Ein Bild zeichnen	351
Eine Liste erstellen	351
Variablen für Zahlen wählen	351
Wörter in Zeichen übersetzen	352
Den letzten Satz beachten	352
Eine Formel finden	352
Mit Ersetzungen vereinfachen	353
Eine Gleichung lösen	353
Den Sinn prüfen	353
Die Genauigkeit kontrollieren	353
Anhang A	
Glossar	355
Stichwortverzeichnis	361