

beborah Runtsey

Wahrscheinlichkeitsrechnung für bummies

*Übersetzung aus dem Amerikanischen Von
Reinhard Enget*

Fachkorrektur t/pn Katrin Jost



WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

5/13.2.

Inhaltsverzeichnis

Über die Autorin	9
Widmung	9
Danksagungen	9
<i>Einführung</i>	21
Über dieses Buch	21
Konventionen in diesem Buch	22
Was Sie nicht lesen müssen	22
Wie ich Sie mir vorstelle	22
Wie dieses Buch aufgebaut ist	23
Teil I: Die Sicherheit der Unsicherheit: Grundlagen der Wahrscheinlichkeit	23
Teil II: Auf die Wahrscheinlichkeit setzen und wetten, um zu gewinnen	23
Teil III: Grundlegende Wahrscheinlichkeitsmodelle	24
Teil IV: Fortgeschrittene Wahrscheinlichkeitsmodelle	24
Teil V: Stetige Wahrscheinlichkeitsmodelle	24
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	24
Anhang	25
Symbole in diesem Buch	25
Wie geht es weiter?	25
<i>Teiltl</i>	
<i>Die Sicherheit der Unsicherheit: Grundlagen der Wahrscheinlichkeit</i>	27
<i>Kapitel 1</i>	
<i>Wahrscheinlichkeit im Alltag</i>	29
Was bedeutet Wahrscheinlichkeit?	29
Was ist eine »Chance«?	29
Wahrscheinlichkeiten interpretieren: In großen Mengen und langen Zeiträumen denken	30
Wahrscheinlichkeiten im Alltag erkennen	31
Wahrscheinlichkeiten ermitteln	32
Seien Sie subjektiv	32
Wählen Sie einen klassischen Ansatz	33
Relative Häufigkeiten ermitteln	34
Verwenden Sie Simulationen	35
Denkfehler über Wahrscheinlichkeit, die Sie vermeiden sollten	36
Zwei mögliche Ergebnisse als 50-50-Situation sehen	36
Denken, dass keine Muster auftreten können	37

Kapitel 2			
Grundbegriffe	der	Wahrscheinlichkeit	39
Ein Überblick über die Mengennotation			39
Ergebnisse festhalten: Stichprobenräume			39
Teilmengen von Stichprobenräumen festhalten: Ereignisse			41
Die leere Menge			41
Mengenoperationen: Vereinigung, Durchschnitt und Komplement			42
Arten der Wahrscheinlichkeit			44
Wahrscheinlichkeitsnotation			44
Marginale Wahrscheinlichkeit			45
Wahrscheinlichkeit der Vereinigung			46
Wahrscheinlichkeiten des Durchschnitts			46
Komplementäre Wahrscheinlichkeit			46
Bedingte Wahrscheinlichkeit			47
Wahrscheinlichkeitsregeln verstehen und anwenden			49
Die Komplementärregel			49
Die Multiplikationsregel			50
Die Additionsregel			51
Unabhängigkeit mehrerer Ereignisse			52
Die Unabhängigkeit zweier Ereignisse anhand der Definition prüfen			52
Die Multiplikationsregel für unabhängige Ereignisse nutzen			53
Einander ausschließende Ereignisse berücksichtigen			54
Einander ausschließende Ereignisse erkennen			54
Die Additionsregel mit einander ausschließenden Ereignissen vereinfachen			55
Unabhängige und einander ausschließende Ereignisse unterscheiden			56
Ein Vergleich von Unabhängigkeit und Ausschließlichkeit			56
Die Unabhängigkeit oder Ausschließlichkeit in einem Kartenspiel mit 52 Karten prüfen			57

Kapitel 3

Wahrscheinlichkeit Visualisieren: Venn-biagramme,

Baumdiagramme	und	das	Baues-Theorem	59
Wahrscheinlichkeiten mit Venn-Diagrammen visualisieren				59
Mit Venn-Diagrammen nicht gegebene Wahrscheinlichkeiten ermitteln				60
Beziehungen mit Venn-Diagrammen ordnen und visualisieren				61
Umwandlungsregeln für Mengen in Venn-Diagrammen				62
Die Grenzen von Venn-Diagrammen				63
Wahrscheinlichkeiten für komplexe Probleme mit Venn-Diagrammen ermitteln				64
Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen darstellen				67
Mehrstufige Ergebnisse mit einem Baumdiagramm visualisieren				68
Bedingte Wahrscheinlichkeiten mit einem Baumdiagramm visualisieren				69
Die Grenzen der Baumdiagramme				73
Mit einem Baumdiagramm Wahrscheinlichkeiten für komplexe Ereignisse ermitteln				73

Das Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit und das Bayes-Theorem	75
Eine marginale Wahrscheinlichkeit mit dem Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit berechnen	75
Die Ä-posteriori-Wahrscheinlichkeit mit dem Bayes-Theorem berechnen	79

TBitII

<i>Auf die Wahrscheinlichkeit setzen und Wetten, um zu gewinnen</i>	85
--	-----------

Kapitel 4

<i>Kpntingenztabelten mit Wahrscheinlichkeiten aufstellen</i>	87
Eine Kontingenztabelle aufbauen	87
Den Stichprobenraum beschreiben	88
Die Zeilen und Spalten bilden	88
Die Daten eintragen	89
Zeilensummen, Spaltensummen und Gesamtsummen	89
Wahrscheinlichkeiten in einer Kontingenztabelle/inden und interpretieren, Wahrscheinlichkeiten von Durchschnitten ermitteln	90
Marginale Wahrscheinlichkeiten berechnen	90
Bedingte Wahrscheinlichkeiten identifizieren	91
Die Unabhängigkeit zweier Ereignisse prüfen	93

Kapitel 5

<i>Zählregeln auf Kombinationen und Permutationen antuenden</i>	95
Permutationen	95
Eine Permutation analysieren	96
Permutationsprobleme mit zusätzlichen Einschränkungen	100
Wahrscheinlichkeiten für Permutationsprobleme finden	104
Kombinationen zählen	106
Kombinatorisprobleme lösen	106
Kombinationen und das Pascalsche Dreieck	107
Wahrscheinlichkeitsprobleme mit Kombinationen	109
Komplexere Kombinationen anhand von Poker-Blättern studieren	112
Wahrscheinlichkeiten für Kombinationen berechnen	118

Kapitel 6

<i>Wider alle Chancen: Wahrscheinlichkeit beim Glücksspiel</i>	123
Kennen Sie Ihre Chancen: Wahrscheinlichkeit, Chancen und Erwartungswert	124
Lotterie spielen	125
Die Wahrscheinlichkeit, in der Lotterie zu gewinnen	125
Die Quote berechnen	126
Den Erwartungswert eines Lotterieloses berechnen	127

i Wahrscheinlichkeitsrechnung für Dummies

An den Spielautomaten spielen	131
Die durchschnittliche Auszahlung	132
Spielautomatenmythen entzaubern	132
Eine einfache Strategie für Spielautomaten	134
Das Roulette-Rad drehen	135
Die Grundlagen des Roulettes	136
Inside und Outside Bets platzieren	137
Eine Roulette-Strategie entwickeln	140
Ihre Chancen, »Bingo!« zu rufen	141
Die Möglichkeiten, beim Bingo zu gewinnen	141
Die Wahrscheinlichkeit, Bingo zu bekommen - komplizierterer, als Sie vielleicht denken	143
Der Ruin des Spielers	144
Das berühmte Geburtstagsproblem	145

Teil III

Von A nach Binomial:

Grundlegende Wahrscheinlichkeitsmodelle 149

Kapitel 7

Grundtagen Von Wahrscheinlichkeitsverteilungen 151

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen	151
Was ist eine Zufallsvariable?	152
Die Wahrscheinlichkeitsverteilung finden und anwenden	153
Die kumulative Verteilungsfunktion (KVF) ermitteln und anwenden	158
Die KVF interpretieren	159
Die KVF grafisch darstellen	160
Wahrscheinlichkeiten mit der KVF ermitteln	161
Die WMF aus der KVF ableiten	163
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen	164
Den Erwartungswert von X berechnen	165
Die Varianz von X berechnen	167
Die Standardabweichung von X berechnen	168
Ein Überblick über die diskrete Gleichverteilung	168
Die WMF der diskreten Gleichverteilung	169
Die KVF der diskreten Gleichverteilung	169
Der Erwartungswert der diskreten Gleichverteilung	170
Die Varianz und die Standardabweichung der diskreten Gleichverteilung	171

Kapitel 8

iyfolg und Misserfolg mit der BinomialVerteilung berechnen 173

- (!• Das Binomialmodell erkennen 173
 - Die Binomialbedingungen Schritt für Schritt prüfen, > 174
- c Nicht-binomische Variablen erkennen 175
- IK (• Wahrscheinlichkeiten für das Binomial ermitteln 176
 - Binomische Wahrscheinlichkeiten mit der WMF berechnen 177
 - ∴ Binomische Wahrscheinlichkeiten mit der KVF ermitteln 182
 - Der Erwartungswert und die Varianz der Binomialverteilung 186
 - Der Erwartungswert der Binomialverteilung 186
 - Die Varianz und die Standardabweichung der Binomialverteilung 187

kKapitel9

tyßie Normalverteilung 189

- Die Grundlagen der Normalverteilung 189
 - ∴ Form, Mittelpunkt und Spreizung 190
 - , Die Standardnormalverteilung (Z-Verteilung) 191
 - Wahrscheinlichkeiten für eine Nörmalverteilung berechnen und anwenden 193
 - Den Graphen zeichnen 195
 - Ein Problem in die Wahrscheinlichkeitsnotation übersetzen , 195
 - ∴ "" Die Z-Formel anwenden 196
 - k Mit der Z-Tabelle die Wahrscheinlichkeit ermitteln 197
 - i Normalverteilungsprobleme mit Rückwärtsrechnung 201
 - Analyse eines Normalverteilungsproblems mit Rückwärtsrechnung 202
 - Die Z-Tabelle rückwärts lesen 204.
 - Die Z-Formel nach X auflösen, um X-Einheiten zu berechnen 206

Kapitel 10

Annäherung der Binomialverteilung durch die Normalverteilung 209

- Wann benötigen Sie eine Annäherung der Binomialverteilung? ' 209
- Warum die Annäherung an die Normalverteilung funktioniert, wenn n groß genug ist • 210
 - Symmetrische Verteilungen: Wenn p nahe bei 0,50 liegt 211
 - Schiefe Verteilungen: Wenn p nahe bei null oder eins liegt 212
- Die Annäherung der Binomialverteilung an die Normalverteilung verstehen 214
 - Feststellen, ob n groß genug ist -214
 - Den Mittelwert und die Standardabweichung für die Z-Formel finden 215
 - Die Stetigkeitskorrektur durchführen 216
- Eine Binomialverteilung durch die Normalverteilung annähern:
 - Ein Münzbeispiel - 219

***i* Wahrscheinlichkeitsrechnung für bummies**

Kapitel 11

<i>Stichprobenverteilungen und der Zentrale Grenzwertsatz</i>	225
Grundlagen einer Stichprobenverteilung	226
Eine Stichprobenstatistik erstellen	226
Möglichkeiten mit der Stichprobenverteilung auflisten	226
Rettung durch den Zentralen Grenzwertsatz	228
Stichprobenstatistiken mit dem Zentralen Grenzwertsatz (ZGS) berechnen	229
Das Hauptergebnis des ZGS	229
Warum der ZGS funktioniert	230
Die Stichprobenverteilung der Stichprobensumme	233
Die Anwendung des ZGS auf die Stichprobensumme	234
Wahrscheinlichkeiten für t mit dem ZGS ermitteln	234
Die Stichprobenverteilung des Stichprobenmittelwertes	237
Die Anwendung des ZGS auf den Stichprobenmittelwert	238
Wahrscheinlichkeiten für X mit dem ZGS berechnen	239
Die Stichprobenverteilung eines Stichprobenanteils	240
Die Anwendung des ZGS auf einen Stichprobenanteil	241
Wahrscheinlichkeiten für p mit dem ZGS berechnen	241

Kapitel 12

<i>Möglichkeiten analysieren; Entscheidungen treffen</i>	243
Konfidenzintervalle und Wahrscheinlichkeit	243
Eine Wahrscheinlichkeit abschätzen	244
Die Kosten einer richtigen Entscheidung abschätzen	245
Ein Konfidenzintervall mit Wahrscheinlichkeiten interpretieren	246
Wahrscheinlichkeiten und Hypothesentests	247
Eine Wahrscheinlichkeit testen	248
Mit p -Werten Wahrscheinlichkeiten abschätzen	249
Die Wahrscheinlichkeit, eine Fehlentscheidung zu treffen	250
Data Snooping in Schach halten	251
Wahrscheinlichkeit in der Qualitätskontrolle	252

Teil W

<i>Fortgeschrittene</i>	<i>Wahrscheinlichkeitsmodelle</i>	255
--------------------------------	--	------------

Kapitel 13

<i>Die</i>	<i>Poissonverteilung</i>	257
Ankünfte mit der Poissonverteilung modellieren		257
Die Bedingungen für eine Poissonverteilung		258
Die Poisson- und die Binomialverteilung im Vergleich		258
Die Wahrscheinlichkeiten für die Poissonverteilung berechnen		259
Die WMF der Poissonverteilung		259
Die KVF der Poissonverteilung	i	261

	Der Erwartungswert und die Varianz der Poissonverteilung	264
	Zeitliche oder räumliche Einheiten ändern: der Poissonprozess	265
	Eine Poissonverteilung an eine Normalverteilung annähern	266
	Die Bedingungen einer Annäherung an die Normalverteilung erfüllen	267
	Die vollständigen Schritte für die Annäherung der Poissonverteilung. an die Normalverteilung	269
ix		
	Wie geometrische Verteilung	273
	Die Form der geometrischen Verteilung	273
	Die Bedingungen für eine geometrische Verteilung	274
	Wann wird eine geometrische Verteilung statt einer Binomialverteilung oder Poissonverteilung gewählt?	274
	Wahrscheinlichkeiten für die geometrische Verteilung mit der WMF ermitteln	275
	Die WMF für die geometrische Verteilung	276
	Geometrische Wahrscheinlichkeiten anwenden	277
	Erwartungswert und Varianz der geometrischen Verteilung	278
	Der Erwartungswert der geometrischen Verteilung	279
	Die Varianz und die Standardabweichung der geometrischen Verteilung	279
	15	
	negative Binomialverteilung	283
	Bedingungen für eine negative Binomialverteilung	283
	Die Bedingungen für eine negative Binomialverteilung	284
	Gegenüberstellung der negativen Binomialverteilung, der geometrischen Verteilung und der Binomialverteilung	284
	Wahrscheinlichkeiten für die negative Binomialverteilung berechnen	285
	Die Formel für die negative Binomialverteilung	285
	Die WMF der negativen Binomialverteilung anwenden	287
	Der Erwartungswert und die Varianz der negativen Binomialverteilung	291
	Der Erwartungswert der negativen Binomialverteilung	291
	Die Varianz und die Standardabweichung der negativen Binomialverteilung	292
	Die Formeln für den Erwartungswert und die Varianz anwenden	293
	16	
	hypergeometrische Verteilung	295
	• Die Bedingungen für die hypergeometrische Verteilung	295
	• Die Wahrscheinlichkeiten für die hypergeometrische Verteilung berechnen	296
	Die WMF der hypergeometrischen Verteilung	297
	Die Grenzbedingungen für X	299
	Mit der WMF Wahrscheinlichkeiten berechnen	300
	Der Erwartungswert und die Varianz der hypergeometrischen Verteilung	302
	Der Erwartungswert der hypergeometrischen Verteilung	302
	Die Varianz und die Standardabweichung der hypergeometrischen Verteilung	303

Teil V

Für Gipfelstürmer: Stetige Wahrscheinlichkeitsmodelte 305

Kapitel 17

bie stetige Gleichverteilung 307

Die Eigenschaften der stetigen Gleichverteilung	307
Die Dichtefunktion der stetigen Gleichverteilung	308
Die allgemeine Form von $f(x)$	309
$f(x)$ für ein gegebenes a und b berechnen	310
Den Wert von b unter der Bedingung $i(x)$ finden	310
Wahrscheinlichkeiten für die stetige Gleichverteilung berechnen	312
»Kleiner als«-Wahrscheinlichkeiten berechnen	312
»Größer als«-Wahrscheinlichkeiten berechnen	314
Wahrscheinlichkeiten zwischen, zwei Werten berechnen	315
Kumulative Wahrscheinlichkeiten mit $F(x)$ berechnen,	316
Der Erwartungswert und die Varianz der stetigen Gleichverteilung	318
Der Erwartungswert der stetigen Gleichverteilung	318
Die Varianz und die Standardabweichung der stetigen Gleichverteilung	319

Kapitel 18

bie Exponentialverteilung (und ihre Beziehung zur Poissonverteilung) 321

Die Dichtefunktion der Exponentialverteilung	322
Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	323
»Kleiner als«-Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	324
»Größer als«-Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	325
»Zwischen«-Wahrscheinlichkeiten für eine Exponentialverteilung berechnen	327
Der Erwartungswert und die Varianz der Exponentialverteilung	328
Der Erwartungswert der Exponentialverteilung	328
Die Varianz und Standardabweichung der Exponentialverteilung	329
Die Beziehungen zwischen Poissonverteilungen und Exponentialverteilungen	330

Teil VI

ber Top-Ten-Teil 333

Kapitel 19

Zehn Schritte zu einer besseren Note in Wahrscheinlichkeitsrechnung 335

Sich mit einem Problem vertraut machen	335
Die Frage verstehen	336
Die Informationen organisieren	337
Schreiben Sie alle Formeln nieder	338

