

Mary Jane Sterling

*Trigonometrie
für bummies*

*Übersetzung aus dem Amerikanischen
Von Judith Muhr*



WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Inhaltsverzeichnis

Einführung	19
Über dieses Buch	19
Konventionen in diesem Buch	20
Falsche Voraussetzungen	20
Wie Sie nicht lesen müssen	20
Wie dieses Buch strukturiert ist	20
Die Symbole in diesem Buch	22
Wie es weitergeht	22
Teil I	
Die Grundlagen	25
Kapitel 1	
Trigonometrie - Formalien, die Sie einfach brauchen	27
Packen wir's an: Was ist Trigonometrie?	27
Die wichtigsten Figuren	27
Winkel und ihre Position	29
Positionen mit Hilfe von Dreiecken festlegen	31
Bilden wir einen Kreis!	32
Trigonometrie-Slang	34
Trigonometrische Funktionen definieren	36
Wurzeln kann man ziehen	39
Gleichungen und Gleichheit	41
Graphen sind Gold wert!	42
Wir brauchen Skalen für die Graphen!	42
Grundlegende Graphen erkennen	42
Kapitel 2	
Alles eine Frage der Koordination: Kartesische Koordinaten	47
Wir fangen ganz einfach an: Punkte eintragen	47
Ohne Achsen geht es nicht	47
Der Ursprung von allem	48
X gegen Y antragen	49
Zerlegen wir den Graphen in vier Teile!	49
Von hier nach dort: Distanzen berechnen	50
Zählen bei vertikalen und horizontalen Distanzen	50
Jetzt wird es schräg: Diagonale Distanzen	52
Exakte Werte oder geschätzte Distanzen	53

L^r i Trigonometrie für Oummies i

Und jetzt zum Mittelpunkt	53
Die Mitte einer Strecke finden	54
Den Mittelpunkt eines Kreises finden	54
Strecken weiter zerlegen	56
Den Mittelpunkt eines Dreiecks ermitteln	58
Steil nach unten - die Steigung.	60
Slalom mit der Steigungsformel	60
Parallele und senkrecht aufeinander stehende Geraden erkennen	61
Kreise mit Zahlen definieren	62
Kreise mit Mittelpunkt am Ursprung	62
Wandernde Mittelpunkte	63

Kapitel 3

Funktionen

funktionieren

65

Relationen oder Funktionen?	65
Und welche Funktion hat die Funktion?	65
Die Funktionsnotation	66
Definitionsbereich und Wertebereich festlegen	67
Inverse Funktionen - alles hat seinen Grund	67
Für/welche Funktionen gibt es Inverse?	68
Eine inverse Funktion finden	69
Funktionen manipulieren	71
Verschiebung einer Funktion	71
Spieglein, Spieglein an der Wand	73

Kapitel (*

Wie wichtig sind uns Grade

75

Winkel allüberall: Messen in Graden	75
Eine Koordinatenebene in Stücke schneiden	76
Auf der Suche nach den Gradmaßen	76
Winkel an der Standardposition zeichnen	79
Anfangs- und Endseiten der Winkel in Position bringen	79
Messen nach Quadranten	80
Welches ist Ihr Winkel? Verschiedene Möglichkeiten der Beschriftung	81
Verwendung negativer Winkelmaße	81
Winkel mit deckungsgleichen freien Schenkeln	82
Winkel umbenennen: Namen in Hülle und Fülle!	82

Kapitel 5

Und jetzt zum Pi: Winkel im Bogenmaß

85

Was ist ein Radiant?	85
Das Verhältnis zum Kreis	86
Grade und Radianten umrechnen	86
Favoriten vor!	90

Kreise klonen	90
Kreisabschnitte ausschneiden	90
Bewegte Uhrzeiger	94
In die freie Natur!	95

Kapitel 6

Dreiecke im rechten Winkel **99**

Die Dimensionen rechtwinkliger Dreiecke	99
Aber warum sind sie so besonders?	99
Die Anatomie eines rechtwinkligen Dreiecks	100
Entzaubern wir den Satz von Pythagoras	102
Pythagoreische Tripel	102
Auflösung nach einer fehlenden Länge	103
Eine eigene Liga: Spezielle rechtwinklige Dreiecke	106
Rechtwinklige Dreiecke: 30-60-90	106
Gleichschenklige rechtwinklige Dreiecke	106

Teil II

Trigonometrische Funktionen **109**

Kapitel 7

Mit trigonometrischen Funktionen liegen Sie richtig! **111**

Wie trigonometrische Funktionen funktionieren	m
Das Namensspiel: Die drei Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks	m
Die sechs Verhältnisse: Bringen wir die drei Seiten zueinander in Beziehung	112
Die Sinus-Funktion: Gegenkathete durch Hypotenuse	113
Die Kosinus-Funktion: Ankathete durch Hypotenuse	114
Die Tangens-Funktion: Gegenkathete durch Ankathete	115
Und jetzt das Ganze zusammen: Mit einer Funktion nach einer anderen auflösen	116
Der nächste Schritt: Reziproke Funktionen	116
Die Kosekans-Funktion: Der umgekehrte Sinus	117
Die Sekans-Funktion: Kosinus auf dem Kopf	118
Die Kotangens-Funktion: Tangens verkehrt'	118
Lieblingswinkel	118
Die beliebtesten Winkel	118
Die exakten Werte von Funktionen ermitteln	118

Kapitel 8

<i>Tausche</i>	<i>Dreieck</i>	<i>gegen</i>	<i>Kreis:</i>	<i>Kreisfunktionen</i>	<i>125</i>
	Der Einheitskreis als Konvention				125
	Punkte auf dem Einheitskreis platzieren				126
	Eine fehlende-Koordinate finden				128
	Die Winkel tanzen im Kreis!				130
	Bleiben wir positiv!				130
	Seien Sie negativ - oder multiplizieren Sie Ihre Winkel				131
	Referenzwinkel finden und berechnen				132
	Trigonometrische Funktionen für alle Winkel definieren				136
	Referenzwinkel einsetzen				136
	Bestimmung der Optimisten und der Pessimisten				136
	Alle Regeln kombinieren				137
	Kreiskoordinaten für die Lösung trigonometrische Funktionen				139
	Mit Koordinaten auf dem Kreis rechnen				141
	Mit Koordinaten beliebiger Kreise am Ursprung rechnen				143
	Definitionsbereiche und Wertebereiche trigonometrischer Funktionen				145
	Freundliche Funktionen: Sinus und Kosinus				146
	Enge Verwandte ihrer Reziprok-Funktionen: Kosekans und Sekans				147
	Blutsbrüder: Tangens und Kotangens				148

Kapitel 9

<i>Trigonometrische Funktionen für den Alltag</i>	<i>1U9</i>
Das Wichtigste zuerst: Auf- und Abstiege	149
Neigungswinkel	150
Die Höhe großer Gebäude bestimmen	151
Das Burgfräulein auf dem Turm	151
Die Höhe eines Baumes bestimmen	153
Die Distanz zwischen Gebäuden messen	154
Steigung messen	155
Der Himmel ist (nicht) die Grenze	157
Einen Bai Ion orten	157
Verfolgen wir die Rakete!	159
Den Sichtwinkel von Satellitenkameras messen	160
Unregelmäßige Umrisse berechnen und um Ecken manövrieren	162
Die Fläche eines dreieckigen Grundstücks ermitteln.	163
Ein Objekt um eine Ecke schieben	165

<i>Teil W</i>	
<i>Identitäten</i>	169
<i>Kapitel 10</i>	
<i>Grundlegende Identitäten der Trigonometrie</i>	171
Funktionen verkehrt: Reziproke Identitäten	171
Funktion um Funktion: Verhältnis-Identitäten	173
Gegensätze ziehen sich an: Identitäten für entgegengesetzte Winkel	173
Zurück zum klassischen Satz: Pythagoreische Identitäten	176
Die Mutter aller Pythagoreischen Identitäten	177
Erweiterung auf Tangens und Sekans	178
Zum Schluss noch Kotangens und Kosekans	179
Neuanordnung der Pythagoreischen Identitäten	179
Die Identitäten kombinieren	181
Die vielen Gesichter des Sinus	181
Auswertung der verschiedenen Versionen	182
<i>Kapitel 11</i>	
<i>Mit Identitäten arbeiten</i>	185
Addieren wir das Ganze	185
Differenzen sind zu klären	189
Verdoppeln Sie Ihr Geld!	194
Eins plus eins gibt zwei Sinus	194
Ein Massenandrang	195
Halbieren macht auch Spaß!	197
Was es mit dem \pm auf sich hat	198
Halber Tangens, doppelter Spaß	198
Halbwinkel-Identitäten verwenden	199
<i>Kapitel 12</i>	
<i>Identitäten beweisen</i>	203
Die Spieleraufstellung	203
Seitenauswahl	205
Auf beiden Seiten arbeiten	208
Zurück zum Anfang	210
In Sinus und Kosinus umwandeln	211
Ausklammern	214
Ein bisschen von beidem	215
Brüche ausklammern	217
Trennungen sind nie ganz einfach	217
Einen gemeinsamen Nenner finden	219

Trigonometrie für Dummties t

Die Tricks in der Welt der Trigonometrie	221
Multiplikation mit einer konjugierten Form	221
Beide Seiten quadrieren	223
Identifizieren Sie sich mit Ihren Operationen	225
Addieren	225
Differenzen - welchen Unterschied macht es?	226
Multiplizieren macht Spaß	228
Halbieren macht nur halb so viel Spaß	229

Teil W ***Gleichungen*** ***und*** ***Anwendungen*** ***231***

Kapitel 13

InVerse trigonometrische Funktionen ***233***

Die richtige Darstellung	233
Die Notation	234
Zwischen wenigen und vielen unterscheiden	235
Definitionsbereich und Wertebereich inverser trigonometrischer Funktionen bestimmen	238
Inverse Sinus-Funktion	238
Inverse Kosinus-Funktion	238
Inverse Tangens-Funktion	239
Inverse Kotangens-Funktion	239
Inverse Sekans-Funktion	239
Inverse Kosekans-Funktion	239
Überblick über Definitionsbereich und Wertebereich	239
Die Arbeit mit Inversen	241
Freunden Sie sich mit Ihrem Taschenrechner an	243
Den Modus ändern	243
Interpretation der Notation auf dem Taschenrechner	243
Die Eingabe multiplizieren	245
Gemischte Aufgaben lösen	247

Kapitel H

Trigonometrische Gleichungen lösen ***21*9***

Einfache Lösungen erzeugen	250
Ausklammern in den Lösungen	251
Einen größten gemeinsamen Faktor finden	252
Quadrate ausklammern	253
Grade durch Ausklammern erhöhen	255
Ausklammern durch Gruppierung	257
Die Quadratformel anwenden	259
Identitäten berücksichtigen	260

Mehrfachwinkel-Lösungen finden	263
Beide Seiten quadrieren	265
Durchmultiplizieren	267
Mit einem graphischen Taschenrechner lösen	268

Kapitel 15

Gesetze befolgen

271

Die Teile von Dreiecken beschreiben	271
Standardisierung der Teile	271
Ein Dreieck bestimmen	272
Der Sinus-Satz	274
Weiter mit dem Kosinus-Satz	278
Den Kosinus-Satz definieren	279
Kosinus-Satz für SWS	279
Kosinus-Satz für SSS	282
Mehrdeutigkeiten	283
Der Tangens-Satz	287
Dreiecksflächen berechnen	289
Die Fläche nach Grundlinie und Höhe berechnen	290
Die Fläche aus drei Seiten berechnen	291
Die Fläche mit SWS ermitteln	293
Die Fläche mit WSW ermitteln	295

Teil V

Die Graphen trigonometrischer Funktionen

297

Kapitel 16

Graphen für Sinus und Kosinus

299

Das ABC der Graphen	299
Sinus-Wellen	300
Amplitude und Periode	300
Die Sinus-Gleichung formalisieren	303
Den Sinus verschieben	303
Der Kosinus-Graph	306
Kosinus und Sinus vergleichen	306
Eigenschaften für das Zeichnen des Kosinus-Graphen	308
Der Sinus der Zeiten	308
Sonnenbäder	309
Durchschnittstemperatur	310
Messen Sie Ihre Temperatur	311
Tore schießen	312
Die Theorie des Biorhythmus	313

Kapitel 17

Graphen	für	Tangens	und	Kotangens	317
	Der Tangens				317
	Die Periode bestimmen				317
	Die Asymptoten zuordnen				318
	Tangens-Gefummel "				320
	Den Tangens multiplizieren				321
	Den Winkel multiplizieren				322
	Etwas zum Tangens addieren				324
	Und jetzt zum Kotangens				326

Kapitel 18

Graphen	anderer	trigonometrischer	Funktionen	329
	Wozu ist der Kosekans gut?			329
	Die Asymptoten bestimmen			329
	Verwendung des Sinus-Graphen			329
	Den Kosekans variieren			332
	Die Offenbarung des Sekans			333
	Die Asymptoten bestimmen			333
	Den Graphen des Sekans skizzieren			335
	Ein paar weitere Informationen zum Sekans			336
	Die inversen Funktionen skizzieren			337
	Den inversen Sinus und Kosinus zeichnen			337
	Inverse des Tangens und des Kotangens			338
	Inverse Sekans- und Kosekans-Funktionen zeichnen			339

Kapitel 19

Trigonometrischer	Graphen	in	Vollendung	34	/
	Die Grundlagen trigonometrischer Gleichungen			,*	341
	Über eine horizontale Linie spiegeln				342
	Die Gleichung interpretieren				343
	Graphen mit der allgemeinen Form				343
	Funktionen addieren und subtrahieren				348
	Und jetzt zu Beispielen aus der Praxis				349
	Die Gezeiten messen				350
	Eine Hirschpopulation verfolgen				352
	Die Bewegung eines Objekts an einer Feder messen				352

Der	Top-Ten-Teil	355
Kapitel 20		
Zehn grundlegende Identitäten ... und noch eine		357
Reziprok-Identitäten	•	357
Verhältnis-Identitäten	.	357
Pythagoreische Identitäten		358
Gegenwinkel-Identitäten		358
Kapitel 21		
Zehn nicht so grundlegende Identitäten		359
Produkt-zu-Summe-Identitäten	—	359
Summe-zu-Produkt-Identitäten		360
Reduktionsformel		360
Die Gleichungen von Möllweide	•	361
Kapitel 22		
Zehn nicht so grundlegende Identitäten		363
Grundlinie und Höhe		364
Gewöhnen Sie sich an Heron!		364
Trigonometrie in der Praxis (oder wofür auch immer Sie dieses Buch lesen)		364
Seite-Winkel-Seite-Formeln		364
Winkel-Seite-Winkel-Formeln		365
Zurück zur Algebra: Determinanten verwenden		365
Kapitel 23		
Wertetabelle	für die trigonometrischen Funktionen	367
Stichwortverzeichnis	.	373