

Hans Wußing

6000 Jahre Mathematik

Eine kulturgeschichtliche Zeitreise
1. Von den Anfängen bis Leibniz
und Newton

Unter Mitwirkung von Heinz-Wilhelm Alten
und Heiko Wesemüller-Kock

Mit 305 Abbildungen, davon 161 in Farbe

Springer

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Mathematik am Anfang und Ethnomathematik	5
1.1 Zählen, Zahlen, Figuren	6
1.1.0 Einführung	6
1.1.1 Zahlen und Zahlwörter	7
1.1.2 Anfänge der Geometrie	12
1.2 Ethnomathematik	16
1.2.1 Aspekte der Ethnomathematik	17
1.2.2 Beispiel aus Afrika: Sona Geometrie	20
1.3 Kenntnisse und Leistungen der Azteken, Maya und Inka	23
1.3.0 Zur Geschichte	23
1.3.1 Die Azteken: Kalenderrechmmg und ummantelte Pyramiden	26
1.3.2 Die Maya: Tempel, Pyramiden und geheimnisvolle Glyphen	28
1.3.3 Rätsel der Nazca-Kultur	34
1.3.4 Die Inka: Polygonale Festungsmauern und Sonnenheiligtümer	36
2 Entwicklung der Mathematik in asiatischen Kulturen	41
2.1 Mathematik im alten China	42
2.1.0 Das historische Umfeld	43
2.1.1 Zahlendarstellung, Rechenbrett	52
2.1.2 Einige Höhepunkte altchinesischer Mathematik	55
2.1.3 Zusammenfassung	66
2.2 Entwicklung der Mathematik in Japan	67
2.2.0 Historischer Hintergrund	67
2.2.1 Mathematik im alten Japan	69
2.2.2 Die Renaissance der japanischen Mathematik	72
2.3 Mathematik im alten Indien	81
2.3.0 Vorbemerkung	84
2.3.1 Historischer Überblick	85
2.3.2 Wichtige Quellen altindischer Mathematik	93
2.3.3 Geometrie in Indien	95
2.3.4 Indische Trigonometrie	95
2.3.5 Die Herausbildung des dezimalen Positionssystems....	97
2.3.6 Arithmetik und Algebra in der indischen Mathematik .	100

Frühzeit der Mathematik im Vorderen Orient	103
3.1 Mathematik im alten Ägypten	104
3.1.0 Einführung: Geschichte und Schrift des alten Ägypten	104
3.1.1 Mathematische Papyri	113
3.1.2 Zahlensystem, Rechentechnik	114
3.1.3 „Hau“-Aufgaben, Psw-Rechnungen	117
3.1.4 Algebraische Probleme	118
3.1.5 Geometrische Probleme	119
3.2 Mesopotamische (Babylonische) Mathematik	122
3.2.0 Einführung	122
3.2.1 Entwicklung der Keilschrift	124
3.2.2 Zahlenschreibweise, Zahlentafeln	128
3.2.3 Geometrie in Mesopotamien	131
3.2.4 Algebra in Mesopotamien	139
3.2.5 Zusammenfassung	141
Mathematik in griechisch-hellenistischer Zeit und Spätantike	143
4.0 Historische Einführung	146
4.1 Zählen, Zahlensysteme, Rechnen	150
4.2 Ionische Periode	158
4.3 Mathematik in der ionischen Periode	168
4.4 Mathematik in der athenischen Periode	177
4.5 Mathematik in der hellenistischen Periode	186
4.6 Mathematik bei den Römern	209
4.7 Die Mathematik am Ausgang der Antike	211
4.8 Nachwirkungen in byzantinischer Zeit	212
Mathematik in den Ländern des Islam	219
5.0 Historischer Überblick	222
5.1 Islamische Universalgelehrte des Mittelalters	232
5.2 Al-HwärizmT (al-Choresmi) und seine „Algebra“	237
5.3 Spitzenleistungen in der Algebra der Muslime	244
5.4 Zum Zahlbegriff	253
5.5 Beiträge der Muslime zur Geometrie	254
5.6 Neue Quellen für mathematikhistorische Forschung	260
Mathematik im Europäischen Mittelalter	263
6.0 Vorbemerkung	264
6.1 Frühes Mittelalter	265
6.2 Hochmittelalter, Spätmittelalter	274
6.3 Scholastik, Gründung und Anerkennung von Universitäten	281
6.4 Schlussbetrachtung	296

7	Mathematik während der Renaissance	299
7.0	Historische Einführung	300
7.1	Neue Forderungen an die Mathematik	307
7.2	Rechenmeister und frühe Algebra	310
7.3	Fortschritte in Italien	313
7.4	Entwicklungen in Westeuropa	321
7.5	Frühe Algebra im deutschsprachigen Raum	328
7.6	Die sog. Deutsche Coß	331
7.7	Geometrie und Perspektive	346
7.8	Astronomie und Trigonometrie	359
8	Mathematik während der Wissenschaftlichen Revolution .	377
8.0	Allgemeine Charakterisierung	379
8.1	Gründung von Akademien und wissenschaftlichen Gesellschaften	381
8.2	Algebra wird zur selbstständigen mathematischen Disziplin . .	386
8.3	Analytische Geometrie	398
8.4	Anfänge der projektiven Geometrie	411
8.5	Rechenmethoden, Rechenhilfsmittel erste Rechenmaschinen .	416
8.6	Zur Frühgeschichte der Infinitesimalmathematik	427
8.7	Durchbildung der infinitesimalen Methoden: Newton und Leibniz	452
	Literatur	477
	Abbildungsverzeichnis	491
	Personenverzeichnis mit Lebensdaten	505
	Sachverzeichnis	515

Hans Wußing

6000 Jahre Mathematik

Eine kulturgeschichtliche Zeitreise
2. Von Euler bis zur Gegenwart

Mit einem Ausblick von Eberhard Zeidler

Unter Mitwirkung von Heinz-Wilhelm Alten
und Heiko Wesemüller-Kock

Mit 435 Abbildungen, davon 269 in Farbe

Springer

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
9 Mathematik im Zeitalter des Absolutismus und der Aufklärung	5
9.0 Einführung	7
9.0.1 Vom Absolutismus zur Aufklärung	7
9.0.2 Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 18. Jahrhundert	11
9.1 Zur Theorie der unendlichen Reihen in Britannien	19
9.2 Entwicklung des Calculus auf dem Kontinent	25
9.3 Die Anfänge der Variationsrechnung	34
9.4 Zur Geschichte der Differentialgleichungen	39
9.5 Neue Möglichkeiten durch die Infinitesimalmathematik	41
9.6 Leonhard Euler	45
9.7 Entwicklungen in der Geometrie	70
9.8 Vor- und Flühgeschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung....	75
9.9 Die große Zeit der Enzyklopädien	83
10 Mathematik während der Industriellen Revolution	87
10.0 Einführung	90
10.0.1 Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 19. Jahrhundert	90
10.0.2 Die Industrielle Revolution	98
10.0.3 Forderungen an Mathematik und Naturwissenschaften	101
10.0.4 Entwicklung wissenschaftlicher Institutionen	103
10.0.5 Technikwissenschaften und Mathematik im deutschsprachigen Raum	109
10.0.6 Charles Babbage: „Programmgesteuerte Rechner"	116
10.1 Anwendungen der Mathematik in Natur- und Ingenieurwissenschaften	124
10.1.1 Mathematik in der Astronomie	124
10.1.2 Fortschritte in der Variationsrechnung	127
10.1.3 Mathematische Physik	128
10.2 Entwicklungen in der Geometrie	132
10.2.1 Gaspard Monge: Darstellende Geometrie	132
10.2.2 Jean Victor Poncelet: Projektive Geometrie	139
10.2.3 August Ferdinand Möbius: Geometrische Verwandtschaften	142
10.2.4 Gauß-Bolyai-Lobatschewski: Nichteuklidische Geometrie	146
10.2.5 Bernhard Riemann: Beitrag zur Grundlegung der Geometrie	159

10.2.6	Die Anerkennung der nicht-euklidischen Geometrie. . .	163
10.2.7	Felix Klein: Das sog. Erlanger Programm.	167
10.2.8	David Hubert: Axiomatisierung der Geometrie.	172
10.2.9	Die allgemeine axiomatische Methode.	176
10.3	Wandel in der Algebra.	177
10.3.1	Carl Friedrich Gauß: Konstruierbarkeit regulärer Polygone.	179
10.3.2	Carl Friedrich Gauß: Fundamentalsatz der Algebra . .	184
10.3.3	Carl Friedrich Gauß: Anerkennung der komplexen Zahlen.	186
10.3.4	William Rowan Hamilton: Arithmetische Interpretation der komplexen Zahlen . .	187
10.3.5	Paolo Ruffini, Niels Henrik Abel: Unmöglichkeit der Auflösbarkeit der Gleichung fünften Grades in Radikalen.	188
10.3.6	Evariste Galois: Gruppentheoretische Formulierung des Auflösungsproblems.	195
10.3.7	Augustin Louis Cauchy: Theorie der Permutationen . .	199
10.3.8	Determinanten und Matrizen.	199
10.3.9	William Rowan Hamilton: Quaternionenkalkül, Vektorrechnung	200
10.3.10	Arthur Cayley, George Boole: Die britische algebraische Schule.	203
10.3.11	Erste algebraische Grundstrukturen: Gruppe, Körper.	206
10.4	Carl Friedrich Gauß: <i>Princeps Mathematicorum</i>	210
10.5	Entwicklungen in der Zahlentheorie.	219
10.5.1	Carl Friedrich Gauß: <i>Disquisitiones arithmeticae</i> . . .	219
10.5.2	Johann Peter Dirichlet: Analytische Methoden in der Zahlentheorie.	221
10.5.3	Ernst Eduard Kummer: „Reguläre“ Primzahlen und „ideale“ Zahlen.	223
10.5.4	Leopold Kronecker: „Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht“. . . .	224
10.5.5	Richard Dedekind: „Was sind und was sollen die Zahlen?“	226
10.5.6	Bernhard Riemann: Zetafunktion und Riemannsche Vermutung.	228
10.5.7	Charles Hermite und Ferdinand Lindemann: Transzendenz von e und π	230
10.6	Analysis in neuem Gewände.	232
10.6.1	Probleme in den Grundlagen der Analysis.	233
10.6.2	Jean Baptiste Joseph de Fourier: Begründung der mathematischen Physik.	242

10.6.3	Augustin-Louis Cauchy: Grundlagen der Analysis, Präzisierung der Begriffe. . .	247
10.6.4	Bernard Bolzano: Präzise Begriffe und strenge Beweise.	253
10.6.5	Niels Henrik Abel und Carl Gustav Jacob Jacobi: Elliptische Funktionen.	256
10.6.6	Bernhard Riemann: Neue Auffassung von Analysis und Geometrie.	259
10.6.7	Julius Wilhelm Richard Dedekind: Dedekindscher Schnitt.	269
10.6.8	Karl Weierstraß: Theorie der analytischen Funktionen.	270
10.6.9	Sofia (Sophie, Sonja) Kowalewskaja: Theorie partieller Differentialgleichungen.	276
10.6.10	Rückblick auf die Entwicklung der Analysis während des 19. Jahrhunderts.	278 -
10.7	Der Weg zur klassischen Wahrscheinlichkeitsrechnung.	280
10.8	Entwicklung der Mathematik in einzelnen Regionen.	290
10.8.1	Die Mathematik in Russland während des 19. Jahrhunderts.	291
10.8.2	Anfänge der Mathematik in den USA.	294
10.8.3	Mathematiker in Italien und die Einheit Italiens.	303
10.8.4	Gründung nationaler Gesellschaften für Mathematik um die Jahrhundertwende.	311

11	Globalisierung der Mathematik seit dem Ende des 19. Jahrhunderts.	313
11.0	Einführung.	318
11.0.1	Baukunst, Malerei, Musik und Literatur im 20. Jahrhundert.	318
11.0.2	Entwicklung der Medien.	338
11.0.3	Zur Historiographie der Mathematik des 20. Jahrhunderts.	340
11.0.4	Mathematik und Mathematiker im 20. Jahrhundert . .	345
11.0.5	Ein Beispiel für die Internationalisierung der Mathematik: Die Rockefeller Foundation.	348
11.0.6	Internationale Mathematikerkongresse - Auszeichnungen und Preise für Mathematik.	355
11.0.7	Dreiundzwanzig Probleme.	359
11.0.8	Die dunkle Zeit des Nationalsozialismus.	363
11.0.9	Mathematik und Krieg.	371
11.0.10	Entwicklung nach dem Zweiten Weltkrieg: Erweiterung der Anwendungsbereiche, Verschiebung inhaltlicher Schwerpunkte.	373
11.1	Die Begründung der Mengenlehre.	377

11.1.1	Rückblick auf die Vorgeschichte der Mengenlehre	377
11.1.2	Georg Cantor: Schöpfer der Mengenlehre.	380
11.1.3	Felix Hausdorff: Grundzüge der Mengenlehre.	393
11.2	Mathematisch-philosophische Strömungen.	396
11.3	Eine neue Disziplin: Funktionalanalysis.	407
11.3.1	Vorstufe: Integrations- und Maßtheorie.	407
11.3.2	Entstehung der Funktionalanalysis.	410
11.4	Algebra im 20. Jahrhundert.	423
11.4.1	Herausbildung der sog. Modernen Algebra.	423
11.4.2	Emmy Noether: Invariantentheorie, Idealtheorie und komplexe Systeme.	428
11.4.3	Die Bourbaki-Gruppe: Algebraische Strukturen.	434
11.4.4	Algebraische Geometrie (K.-H. Schlote).	435
11.5	Wahrscheinlichkeitsrechnung: Axiomatische Grundlegung	441
11.6	Mathematik in Göttingen.	446
11.7	Entwicklung der Mathematik in ausgewählten Regionen. ...	473
11.7.1	Einiges aus der Entwicklung in Frankreich.	473
11.7.2	Hardy und Ramanujan - ein ungewöhnliches Beispiel internationaler Zusammenarbeit.	487
11.7.3	Die polnische Schule der Topologie.	490
11.7.4	Mathematik in Russland und in der Sowjetunion	492
11.8	Computer verändern die Welt.	503
11.8.1	Frühe Rechentechnik, mechanische Rechenmaschinen: Ein Rückblick.	506
11.8.2	Elektromechanische Rechenmaschinen: Hermann Hollerith.	510
11.8.3	Programmgesteuerte elektromechanische Digitalrechner: Konrad Zuse.	512
11.8.4	Entwicklungen in den USA und in England.	514
11.8.5	Elektromechanische Computer.	516
11.8.6	Computer mit Röhrentechnik.	517
11.8.7	Pioniere moderner Rechentechnik: John von Neumann und Alan Turing.	519
11.8.8	Computer mit Transistoren und Mikroprozessoren ...	522
11.8.9	Die jüngste Entwicklung der Rechenanlagen: Pipeline-Konzept, Vektorrechner und Parallelrechner (H. Luttermann).	525
11.8.10	Kybernetik: Eine Schöpfung von Norbert Wiener	529
11.9	Gelöste und ungelöste Probleme.	538
11.9.1	Die Lösung des Vierfarbenproblems.	538
11.9.2	Der Große Fermatsche Satz: Beweis nach 300 Jahren!	541
11.9.3	Offene Probleme der Zahlentheorie.	546
11.9.4	Das „Millennium Meeting“.	550

12 Gedanken zur Zukunft der Mathematik —	
Ein Ausblick von Eberhard Zeidler	553
12.1 Mathematik als eine Querschnittswissenschaft	556
12.2 Strategien der Mathematik für die Zukunft	562
12.3 Zwei kürzlich gelöste berühmte Probleme der Mathematik . . .	577
12.4 Berühmte offene Probleme der Mathematik	580
12.5 Die philosophische Dimension der Mathematik	583
Literatur	587
Abbildungsverzeichnis	623
Personenverzeichnis mit Lebensdaten	639
Sachverzeichnis	661