

Thorsten Poddig/ Hubert Dichtl/ Kerstin Petersmeier

STATISTIK, ÖKONOMETRIE, OPTIMIERUNG

**Methoden und ihre praktischen Anwendungen
in Finanzanalyse und Portfoliomanagement**

4. vollständig überarbeitete Auflage

• **UHLENBRUCH Verlag, Bad Soden/Ts.**

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur vierten Auflage	I
Vorwort zur ersten Auflage	I
1: Einleitung	1
Teil A: Statistik	7
2. Statistische Grundlagen	9
2.1. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	9
2.1.1. Begriffe und Definitionen	10
2.1.2. Verschiedene Definitionen des Begriffs Wahrscheinlichkeit	12
2.1.2.1. Die Wahrscheinlichkeitsdefinition nach LAPLACE	12
2.1.2.2. Die Wahrscheinlichkeitsdefinition nach VON MISES	13
2.1.2.3. Die Wahrscheinlichkeitsdefinition nach KOLMOGOROFF	15
2.1.3. Elementare Rechenregeln	16
2.1.4. Verschiedene Ansätze zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten	21
2.2. Zufallsvariablen und ihre Verteilungen	25
2.2.1. Zufallsvariablen, Realisationen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen	26
2.2.2. Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen	31
2.2.3. Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen	34
2.2.4. Empirische Verteilungen	39
2.3. Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Rechenregeln	44
2.3.1. Der Erwartungswert	45
2.3.2. Varianz und Standardabweichung	48
2.3.3. Die Ungleichung von TSCHEBYSCHEFF	52
2.3.4. Kovarianz und Korrelationskoeffizient	53
2.3.5. Empirische Kennzahlen	57
2.3.5.1. Lagemaße	57
2.3.5.2. Streuungsmaße	59
2.3.5.3. Empirische Kovarianz und Korrelationskoeffizient	63
2.4. Wichtige Verteilungen in der Ökonometrie	69
2.4.1. Die Normalverteilung	70
2.4.2. Die Chi-Quadrat-Verteilung	77
2.4.3. Die t -Verteilung	80
2.4.4. Die F -Verteilung	82
2.5. Grenzwertsätze	85
2.5.1. Gesetz der großen Zahlen	85
2.5.2. Der zentrale Grenzwertsatz	88

3. Finanzmathematische Grundlagen und Anwendung statistischer Konzepte	93
3.1. Kurse und Renditen als Zufallsvariablen.....	93
3.1.1. Kursverläufe als Zeitreihen.....	93
3.1.2. Stationaritätseigenschaften einer Zeitreihe.....	96
3.1.3. Autokovarianz und Autokorrelation.....	97
3.1.4. Statistische Eigenschaften diskreter und stetiger Renditen.....	102
3.1.5. Historisch basierte Renditeprognose.....	106
3.1.6. Random-Walk-Hypothese.....	109
3.2. Renditearten bei der Performancemessung.....	112
3.2.1. Arithmetische und geometrische Renditeberechnungen.....	113
3.2.2. Wertgewichtete und zeitgewichtete Renditen.....	115
3.2.3. Weitere Renditearten.....	119
3.3. Statistische Kennzahlen als finanzwirtschaftliche Risikomaße.....	121
3.3.1. Volatilität.....	123
3.3.2. Semivarianz und Ausfallwahrscheinlichkeit.....	130
3.3.3. Value-at-Risk.....	137
3.3.4. Schiefe und Wölbung einer Renditeverteilung.....	141
3.3.5. Korrelationskoeffizient.....	144
3.3.6. Tracking Error.....	146
3.4. Portfoliooptimierung nach MARKOWITZ.....	150
3.4.1. Statistische Kennzahlen eines Portfolios.....	151
3.4.2. Modelldarstellung.....	162
3.4.3. Kritische Würdigung des Modells.....	164
3.5. Monte-Carlo-Simulation.....	167
3.5.1. Grundlagen und Prinzip der Monte-Carlo-Simulation.....	167
3.5.2. Simulation von Renditen und Kursentwicklungen.....	171
3.5.3. Simulation von korrelierten Renditen.....	175
3.5.4. Monte-Carlo-Simulation zur Schätzung des Value-at-Risk.....	178
4. Punkt- und Intervallschätzungen	183
4.1. Punktschätzungen.....	184
4.1.1. Eigenschaften guter Schätzer.....	185
4.1.2. Schätzung des Erwartungswerts und der Standardabweichung.....	190
4.2. Intervallschätzungen.....	196
4.2.1. Grundlagen und Konstruktionsprinzip von Konfidenzintervallen.....	196
4.2.2. Konfidenzintervalle für den Erwartungswert.....	198
4.2.2.1. Zweiseitige Konfidenzintervalle bei normalverteilter Stichprobe.....	198
4.2.2.2. Einseitige Konfidenzintervalle bei normalverteilter Stichprobe.....	205
4.2.2.3. Asymptotische Konfidenzintervalle.....	207
4.2.3. Konfidenzintervalle für die Varianz bei normalverteilter Stichprobe.....	209

Teil B: Ökonometrie	213
5. Einfache und multiple lineare Regression	215
5.1. Das ökonometrische Grundmodell	215
5.2. Parameterschätzung mittels ‚ordinary least squares‘ (OLS)	224
5.3. Vereinfachte Parameterschätzung bei der Einfachregression	234
5.4. Bestimmung und Analyse der Residuen	239
5.5. Güteeigenschaften der OLS-Schätzung	243
5.5.1. Klassische Güteeigenschaften	244
5.5.2. Asymptotische Güteeigenschaften	252
5.6. Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient	253
5.6.1. Grundidee und Definition des Bestimmtheitsmaßes	253
5.6.2. Zusammenhang zwischen Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient	259
5.6.3. Das korrigierte Bestimmtheitsmaß	263
5.7. Fallstudie: CAPM, Marktmodell und Schätzung von Beta-Faktoren	265
5.7.1. Erklärung von Renditen im Marktgleichgewicht mit Hilfe des CAPM	266
5.7.2. Schätzung des ‚zukünftigen‘ Beta-Faktors mit Hilfe des Marktmodells	269
5.7.3. Risikoanalyse mit Hilfe des Marktmodells	271
5.7.4. Beispiel: Schätzung des Beta-Faktors der BASF-Aktie	273
5.8. Fallstudie: Performancemessung	276
5.8.1. Grundlagen der Performancemessung	277
5.8.2. Aufgaben und Konstruktion geeigneter Benchmarks	278
5.8.3. Verfahren der zweidimensionalen Performancemessung	280
5.8.3.1. Berücksichtigung des Gesamtrisikos mit Hilfe des Sharpe-Maßes	280
5.8.3.2. Berücksichtigung des systematischen Risikos mit Hilfe des Treynor-Maßes	281
5.8.3.3. Anwendungsbeispiel: Sharpe-Ratio und Treynor-Maß	283
6. Analyse des Regressionsmodells mittels Hypothesentests	287
6.1. Grundlagen und Konstruktionsprinzip eines Hypothesentests	287
6.2. Ergänzung der Annahmen des ökonometrischen Grundmodells	290
6.3. Analyse eines geschätzten Regressionsmodells	292
6.3.1. Test auf Signifikanz einzelner Regressoren mittels t -Test	293
6.3.2. Test auf Signifikanz des Gesamtmodells mittels F -Test	302
6.4. Test der Annahmen des Regressionsmodells bezüglich der Residuen	307
6.4.1. Ausgangslage	307
6.4.2. Autokorrelation: Ursachen, Auswirkungen und Tests	308
6.4.2.1. Ursachen und Auswirkungen der Autokorrelation	308
6.4.2.2. Durbin-Watson-Test zum Test auf Autokorrelation erster Ordnung	311
6.4.3. Heteroskedastizität: Ursachen, Auswirkungen und Tests	321
6.4.3.1. Ursachen und Auswirkungen	321
6.4.3.2. Breusch-Pagan- und White-Test zum Test auf Heteroskedastizität	322
6.4.4. Test auf Normalverteilung mittels Jarque-Bera-Test	331

6.5. Fallstudie: Test der Annahmen und der statistischen Signifikanz des Marktmodells	337
6.5.1. Überprüfung der Residuen des Marktmodells	337
6.5.2. Überprüfung des Marktmodells auf Signifikanz.....	343
6.6. Fallstudie: Performanceattribution.....	345
6.6.1. Messung des Selektionsbeitrags mit Hilfe des Jensen-Alpha-Maßes.....	345
6.6.2. Beispiel zur Bestimmung des Jensen-Alpha-Maßes.....	348
6.6.3. Messung des Timingbeitrags mit Hilfe einer quadratischen Regression.....	349
6.6.4. Beispiel zur Bestimmung der Timing-Fähigkeit.....	352
7. Weitere Probleme bei der Regressionsanalyse.....	353
7.1. Einsatz schwach stationärer Zeitreihen bei der Regressionsanalyse	353
7.1.1. Das Phänomen der ‚Spurious Regressions‘	353
7.1.2. Verstoß gegen die Stationaritätseigenschaft durch deterministische Trends	357
7.1.3. Verstoß gegen die Stationaritätseigenschaft durch stochastische Trends.....	360
7.1.4. Überprüfung der Stationaritätseigenschaft.....	364
7.2. Fallstudie: Überprüfung der Stationarität der Variablen des Marktmodells	369
7.3. Das Problem der Multikollinearität	373
7.3.1. Formen, Auswirkungen und Kennzeichen der Multikollinearität	373
7.3.2. Verfahren zur Messung von Multikollinearität	378
7.3.2.1. Einfache Korrelationsanalyse.....	378
7.3.2.2. Das Konzept der ‚Variance Inflation Factors‘ (<i>VIF</i>).....	379
7.3.3. Behandlung der Multikollinearität.....	382
7.4. Fallstudie: Überprüfung eines Multi-Index-Modells auf Multikollinearität	384
7.5. Strukturbrüche und Fehlspezifikationen	388
7.5.1. Test auf Strukturbruch mit Hilfe des Tests nach CHOW	388
7.5.2. Test auf Fehlspezifikation mittels des RESET-Tests von RAMSEY.....	391
7.6. Fallstudie: Überprüfung des Marktmodells auf Strukturbruch und Fehlspezifikation	393
7.6.1. Test auf einen möglichen Strukturbruch.....	393
7.6.2. Test auf eine mögliche Fehlspezifikation	395
8. Fallstudie: Renditeprognose mit Hilfe von Regressionsmodellen.....	399
8.1. Grundprinzip der Kurs- bzw. Renditeprognose mit Hilfe eines Regressionsmodells.....	399
8.2. Problemstellung, Datenaufbereitung und Aufteilung des Datenmaterials	404
8.3. Überprüfung der Stationaritätseigenschaften der Variablen.....	406
8.4. Analyse des Datenmaterials mit Hilfe der Korrelationsanalyse	411
8.5. Auswahl der erklärenden Variablen und Überprüfung der Multikollinearität	416
8.6. Schätzung der Regressionsparameter des Prognosemodells	419
8.7. Test der Annahmen und der statistischen Signifikanz des Renditeprognosemodells.....	422
8.7.1. Überprüfung der Residuen.....	422
8.7.2. Überprüfung des Renditeprognosemodells auf Signifikanz.....	428

8.8. Evaluierung der Prognosegüte des Renditeprognosemodells	431
8.8.1. Generierung der Renditeprognosen	431
8.8.2. Evaluierung der Prognosegüte mit Hilfe statistischer Maßzahlen	436
8.8.3. Vergleich mit geeigneten Benchmark-Strategien	438
8.8.4. Ökonomische Evaluierung der Prognosegüte	441
8.8.4.1. Eindimensionale Performancemessung	441
8.8.4.2. Zweidimensionale Performancemessung	447
Teil C: Optimierung	453
9. Optimierungsverfahren im Überblick	457
9.1. Die formale Struktur eines Optimierungsproblems	457
9.2. Überblick über verschiedene Optimierungsverfahren	462
9.3. Lineare Optimierung	465
9.4. Quadratische Optimierung	467
9.5. Suchverfahren	471
9.6. First-Order Verfahren	477
9.7. Second-Order Verfahren	480
9.8. Schlussbemerkungen	481
10. Lineare Optimierung	483
10.1. Einführung	484
10.2. Lösung einer speziellen Form des linearen Optimierungsproblems	485
10.3. Die allgemeine Lösung des linearen Optimierungsproblems	497
10.4. Beispielhafte Implementation des Lösungsverfahrens	509
10.5. Fallstudie 1: Index Tracking mit Hilfe der linearen Optimierung	526
10.6. Fallstudie 2: Downside-Risk Optimierung	535
10.7. Die Lösung der Fallstudien mit Hilfe einer ausgewählten Tabellenkalkulation ..	543
10.7.1. Fallstudie 1: Index Tracking mit Hilfe der linearen Optimierung	543
10.7.2. Fallstudie 2: Downside-Risk Optimierung mit Hilfe der linearen Optimierung	547
10.8. Exkurs: Simultane Investitions- und Finanzplanung	551
11. Quadratische Programmierung	561
11.1. Überblick	562
11.2. Das Lagrange-Verfahren	564
11.2.1. Vorbemerkungen	564
11.2.2. Die Methode der direkten Substitution	566
11.2.3. Die Lösung mit dem Lagrange-Ansatz	568
11.2.4. Die Lösung eines einfachen Beispiels mit dem Lagrange-Ansatz	572
11.2.5. Weitere Betrachtungen zum Lagrange-Ansatz	574
11.2.6. Fallstudien zur Portfoliooptimierung	576
11.2.6.1. Das Datenmaterial	577
11.2.6.2. Das Minimum-Varianz-Portfolio	578

11.2.6.3. Ein effizientes Portfolio	581
11.2.6.4. Das nutzenoptimale Portfolio	582
11.2.6.5. Das nutzenoptimale Portfolio bei risikoloser Anlagemöglichkeit	584
11.3. Eine eingeschränkte Variante der Quadratischen Programmierung	587
11.3.1. Vorbemerkungen	587
11.3.2. Die Kuhn-Tucker-Bedingungen	588
11.3.3. Die Lösungsbedingungen des Optimierungsproblems	591
11.3.4. Das Verfahren nach WOLFE	592
11.3.5. Beispielhafte Implementation	601
11.3.6. Fallstudie: Bestimmung des nutzenoptimalen Portfolios	616
11.4. Quadratische Programmierung mit beliebigen linearen Nebenbedingungen	619
11.4.1. Berücksichtigung beliebiger linearer Nebenbedingungen	619
11.4.2. Ein einfaches Beispiel	621
11.4.3. Anmerkungen zur beispielhaften Implementation	626
11.4.4. Fallstudie: Bestimmung des nutzenoptimalen Portfolios mit zusätzlichen Nebenbedingungen	626
11.4.5. Abschließende Bemerkungen zur Quadratischen Programmierung	629
11.5. Lösung der Fallstudien mit dem Solver	630
12. Nichtlineare Optimierung	637
12.1. Eindimensionale Optimierung	637
12.1.1. Verfahren ohne Gradienten	638
12.1.1.1. Schachtelung des Minimums	639
12.1.1.2. Erstmalige Schachtelung des Minimums	645
12.1.1.3. Implementation zur eindimensionalen Optimierung	648
12.1.1.4. Beispiel zur eindimensionalen Optimierung	656
12.1.2. Verfahren mit Gradienten	658
12.1.2.1. Das einfache Gradientenabstiegsverfahren	658
12.1.2.2. Beispielhafte Implementation des einfachen Gradientenabstiegsverfahrens	661
12.1.2.3. Beispielhafte Anwendung des einfachen Gradientenabstiegsverfahrens	665
12.1.2.4. Gradientenabstiegsverfahren mit variabler Schrittweite	666
12.1.3. Verfahren mit Gradienten und zweiter Ableitung	668
12.1.3.1. Grundlegender Ansatz des Newton-Verfahrens	668
12.1.3.2. Beispielhafte Implementation des Newton-Verfahrens	672
12.1.3.3. Beispielhafte Anwendung des Newton-Verfahrens	674
12.2. Optimierung im mehrdimensionalen Fall	674
12.2.1. Gradientenabstiegsverfahren im mehrdimensionalen Fall	676
12.2.2. Gradientenabstiegsverfahren mit Linienminimierung	678
12.2.2.1. Theoretische Grundlagen	678
12.2.2.2. Beispielhafte Implementation	679
12.2.2.3. Beispielhafte Anwendung	687
12.2.2.4. Zusammenfassung und Schlussbemerkungen	689

12.2.3. Konjugierter Gradientenabstieg.....	690
12.2.3.1. Theoretische Grundlagen.....	690
12.2.3.2. Beispielhafte Implementation des konjugierten Gradientenabstiegs	704
12.2.3.3. Beispielhafte Anwendung.....	707
12.2.4. Das Newton-Verfahren im mehrdimensionalen Fall.....	710
12.3. Probleme der nichtlinearen Optimierung	718
12.4. Abschließende Bemerkungen zu den Implementationen	720
12.5. Fallstudie 1: Nichtlineare Kleinste-Quadrate Schätzung	721
12.5.1. Der grundlegende Ansatz der nichtlinearen Kleinste-Quadrate Schätzung....	722
12.5.2. Die Bestimmung der Standardfehler	730
12.6. Fallstudie 2: Die Bestimmung impliziter Volatilitäten	734
12.7. Die Lösung der Fallstudien mit Hilfe einer ausgewählten Tabellenkalkulation... 742	
12.7.1. Fallstudie 1: Nichtlineare Kleinste-Quadrate Schätzung	743
12.7.2. Fallstudie 2: Die Bestimmung impliziter Volatilitäten	747
Anhänge.....	751
A.1. Grundlagen der Matrizenrechnung.....	751
A.1.1. Addition und Subtraktion von Matrizen.....	751
A.1.2. Multiplikation von Matrizen.....	752
A.1.3. Multiplikation einer Matrix mit einer Zahl (Skalarmultiplikation).....	755
A.1.4. Transponieren von Matrizen.....	755
A.1.5. Multiplizieren und Transponieren von Matrizen.....	756
A.1.6. Quadratische und symmetrische Matrizen.....	757
A.1.7. Einheitsmatrix	757
A.1.8. Invertieren von Matrizen.....	758
A.1.9. Rechenregeln bei der Bildung von Ableitungen.....	759
A.1.10. Matrizen mit Zufallsvariablen	761
A.2. Tabellen.....	762
A.3. Regressionsanalyse mit Excel.....	771
A.3.1. Vorbemerkungen.....	771
A.3.2. Eingebaute Funktionen versus VBA-Analysefunktionen.....	771
A.3.3. Regressionsanalyse mittels eingebauter Funktionen	772
A.3.4. Regressionsanalyse mittels VBA-Analysefunktionen.....	775
A.3.5. Durchführung der Fallstudie des Kap. 8. mit Excel	776
A.3.5.1. Vorbereitende Schritte zu Regressionsanalysen.....	776
A.3.5.2. Schätzung der Regressionsfunktion.....	777
A.3.6. Freie statistische Softwarelösungen im Internet.....	779
Literaturverzeichnis	781
Stichwortverzeichnis	787