

EINFÜHRUNG IN DIE
MATHEMATISCHE
STATISTIK
UND IHRE ANWENDUNG

VON

MARTIN HENGST

a. o. Professor an der PH Berlin



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT MANNHEIM

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	6
1 Einleitung	13
1.1 Vorbemerkung	13
1.2 Sichere, zufällige und stochastische Ereignisse.	14
1.3 Zufall und Kausalität	17
1.4 Statistik und Empirie.	22
1.5 Mathematik und Statistik.	24
2 Grundlagen	25
2.1 Merkmale	25
2.1.1 Qualitative, komparative und quantitative Merkmale	25
2.1.2 Diskrete und stetige Merkmale	27
2.1.3 Extensive und intensive Merkmale	29
2.1.4 Zustand und Ereignis	29
2.2 Zufällige Veränderliche (Zufallsvariablen).	30
2.2.1 Vorbemerkung	30
2.2.2 Elementarereignisse.	31
2.2.3 Beobachtungsgrößen und Zufallsvariablen.	32
2.3 Statistische Mengen und Kollektive.	36
2.3.1 Vorbemerkung	36
2.3.2 Definition der statistischen Menge	36
2.3.3 Kollektive von Beobachtungsgrößen	37
2.3.4 Einteilung statistischer Mengen	37
2.3.4.1 Dauer der Elemente	37
2.3.4.2 Stabile und instabile Mengen	39
2.3.4.3 Zugangs- und Abgangsmengen	39
2.3.4.4 Geschlossene und offene Mengen	40
2.3.4.5 Aufgliederung statistischer Mengen	40
2.4 Statistische Gesetze, Methoden und Begriffe.	41

2.5	Das Rechnen mit relativen Häufigkeiten	47
2.5.1	Absolute und relative Häufigkeiten; Häufigkeitsdichten	47
2.5.2	Die bedingte relative Häufigkeit	48
2.5.3	Die relativen Häufigkeiten von Merkmalsverknüpfungen	49
2.5.4	Unabhängige Ereignisse	49
2.6	Stichproben	50
2.6.1	Vorbemerkung	50
2.6.2	Zufallsstichproben	51
2.6.3	Geschichtete Stichproben und Klumpenstichproben	52
2.7	Der Hauptsatz der mathematischen Statistik	52
2.7.1	Die Gesetze der großen Zahlen	52
2.7.2	Das Bernoullische Gesetz der großen Zahlen	53
2.7.3	Der Hauptsatz der mathematischen Statistik	54
2.8	Statistische Fragestellungen	54
2.8.1	Vorbemerkung	54
2.8.2	Beschreiben, Schätzen und Entscheiden	55
2.8.3	Ursachenkomplexe	56
2.8.4	Mono- und polycharaktere Fragestellungen	57
2.9	Stochastische Modelle und theoretische Verteilungen	58
2.9.1	Vorbemerkung	58
2.9.2	Beispiele stochastischer Modelle	58
2.9.3	Einige theoretische Verteilungen	60
2.9.3.1	Erwartungswert und Varianz	60
2.9.3.2	Die hypergeometrische Verteilung	61
2.9.3.3	Die Binomialverteilung	65
2.9.3.4	Die Poisson-Verteilung	67
2.9.3.5	Die Normalverteilung	70
2.9.3.6	Logarithmische Normalverteilungen	72
2.9.3.6.1	Zweiparametrische lognormale Verteilungen	72
2.9.3.6.2	Dreiparametrische lognormale Verteilungen	73
2.9.3.6.3	Vierparametrische lognormale Verteilungen	73
2.9.3.6.4	Die Entstehung lognormaler Verteilungen	74
2.9.4	Grenzverteilungen	76
2.9.4.1	Vorbemerkung	76
2.9.4.2	Der zentrale Grenzwertsatz	77
2.9.4.3	Annäherungen an die Normalverteilung	77
2.9.4.3.1	Binomialverteilungen	77

2.9.4.3.2	Poissonverteilungen	.79
2.9.4.4	Annäherungen der hypergeometrischen, Binomial- und Poisson-Verteilung	.79
2.9.4.5	Die Ungleichung von Bienayme-Tschebyscheff	.80
3	Monocharaktere Fragestellungen	.82
3.1	Deskriptive Statistik	.82
.1	Aufgabenbereich	.82
.2	Herausarbeitung empirischer Verteilungen	.82
.3	Empirische Verteilungen	.89
.3.1	Gestalt, Lage und Ausbreitung einer Verteilung	.89
.3.2	Grundformen empirischer Verteilungen	.91
.4	Parameter empirischer Verteilungen	.96
3.1.4.1	Vorbemerkung	.96
3.1.4.2	Positionsparameter	.97
3.1.4.2.1	Definition	.97
3.1.4.2.2	Das arithmetische Mittel	.97
3.1.4.2.3	Das geometrische Mittel	.98
3.1.4.2.4	Der Mediän oder Zentralwert	.98
3.1.4.2.5	Das Dichtemittel	.99
3.1.4.2.6	Lageregeln für C, D und M	.99
3.1.4.3	Dispersionsparameter	.99
3.1.4.3.1	Die Spannweite	.99
3.1.4.3.2	Die durchschnittliche Abweichung	.100
3.1.4.3.3	Die mittlere quadratische Abweichung	.100
3.1.4.3.4	Die Grundspanne	.101
3.1.4.3.5	Der Variationskoeffizient	.101
3.1.4.4	Gestaltparameter	.101
3.1.4.4.1	Die Schiefe	.101
3.1.4.4.2	Der Exzeß	.101
3.1.4.5	Strukturparameter	.102
3.1.4.5.1	Unbestimmtheit oder Information einer Verteilung	.102
3.1.4.5.2	Konzentrationsmaße	.102
3.1.4.5.2.1	Die Konzentration einer Zufallsvariablen	.102
3.1.4.5.2.2	Die Redundanz	.102
3.1.4.5.2.3	Das Disparitäts- oder Konzentrationsmaß	.103
3.1.5	Analytische Darstellung empirischer Verteilungen	.103
3.1.5.1	Vorbemerkung	.103

3.1.5.2	Diskrete Verteilungen104
3.1.5.2.1	Binomialverteilungen104
3.1.5.2.2	Poisson-Verteilungen104
3.1.5.2.3	Verteilungen dreiklassiger Merkmale105
3.1.5.2.4	Rangordnungsverteilungen (Lorenz-Pareto-Verteilungen)107
3.1.5.3	Stetige Verteilungen111
3.1.5.3.1	Normalverteilungen111
3.1.5.3.2	Lognormale Verteilungen115
3.1.6	Anpassungen118
3.1.6.1	Das Glätten von Kurven118
3.1.6.1.1	Gleitende Durchschnitte118
3.1.6.1.2	Die Methode von Behrens123
3.1.6.2	Merkmalstransformationen124
3.1.6.2.1	Vorbemerkung124
3.1.6.2.2	Dreiparametrische logarithmische Transformationen125
3.1.6.2.3	Das doppelte Wahrscheinlichkeits-Netz127
3.1.6.2.4	Scores127
3.1.7	Operative Bedeutung der deskriptiven Statistik127
3.1.7.1	Einheitlichkeit und Reproduzierbarkeit127
3.1.7.2	Verteilungskurven als heuristische Hilfsmittel128
3.2	Analytische Statistik129
3.2.1	Statistische Schlüsse129
3.2.2	Stichprobenfunktionen131
3.2.2.1	Definitionen und Problemstellungen131
3.2.2.2	Stichprobenmittelwerte132
3.2.2.2.1	Normalverteilung132
3.2.2.2.2	Asymmetrische und Mischverteilungen132
3.2.2.3	Stichprobenstreuung (Grenzverteilung)132
3.2.2.4	Die χ^2 -Verteilung133
3.2.2.5	Die t-Verteilung135
3.2.2.6	Die F-Verteilung136
3.2.2.7	Beziehungen zwischen χ^2 -, t- und F-Verteilung138
3.2.3	Schätzungen138
3.2.3.1	Vorbemerkungen138
3.2.3.2	Konstruktionsmethoden für Schätzfunktionen141
3.2.3.3	Beurteilungskriterien für Schätzfunktionen143
3.2.3.4	Vertrauensintervalle146
3.2.3.5	Direkte Schlüsse152
3.2.3.6	Indirekte Schlüsse (Rückschluß)155
3.2.3.6.1	Diskrete Zufallsgrößen155

3.2.3.6.2 Stetige Zufallsgrößen156
3.2.3.7 Graphische Schätzverfahren158
3.2.3.7.1 Das Binomial-Netz158
3.2.3.7.2 Das Wahrscheinlichkeits-Netz161
3.2.4 Entscheidungen (Tests).161
3.2.4.1 Grundlagen statistischer Urteile161
3.2.4.1.1 Die logische Valenz statistischer Urteile.161
3.2.4.1.2 Klassifikation statistischer Hypothesen und Tests163
3.2.4.1.3 Konsequenzen statistischer Urteile.165
3.2.4.1.4 Testbewertung168
3.2.4.1.5 Testplanung170
3.2.4.2 Anpassungs-und Parameter-Tests.172
3.2.4.2.1 Vorbemerkungen.172
3.2.4.2.2 Anpassungstests.173
3.2.4.2.3 Parametertests.175
3.2.4.2.3.1 Vorbemerkung.175
3.2.4.2.3.2 Einseitiger Test für p175
3.2.4.2.3.3 Vergleich zweier empirischer Häufigkeiten.180
3.2.4.2.3.4 Sollwert und Stichprobenmittelwert (n groß).181
3.2.4.2.3.5 Sollwert und Stichprobenmittelwert (n klein).185
3.2.4.2.3.6 Vergleich von Stichprobenmittelwerten186
3.2.4.2.3.6.1 Bei bekannter Streuung186
3.2.4.2.3.6.2 Bei unbekannter, aber gleicher Streuung.187
3.2.4.2.3.7 Vergleich von Stichprobenvarianz und Sollwert.187
3.2.4.2.4 Planung des Stichprobenumfangs.188
3.2.4.3 Graphische Testverfahren.189
3.2.4.3.1 Das Binomial-Netz189
3.2.4.3.2 Das Wahrscheinlichkeits-Netz.191
3.2.4.3.3 Kontrollkarten191
3.2.4.3.4 Der Folgetest192
3.2.4.4 Spezielle Fragen der Testpraxis (Stichprobenprüfungen).192
3.2.4.4.1 Vorbemerkungen192
3.2.4.4.2 Einige Folgerungen aus der Testcharakteristik192
3.2.4.4.2.1 Prüfplanparameter und OC.192
3.2.4.4.2.2 Prozent-Stichprobenpläne.195
3.2.4.4.2.3 Durchschlupf p bei korrigierenden Stichproben- verfahren196
3.2.4.4.3 Mehrfache Stichprobenpläne.198
3.2.4.4.4 Folgetest207
3.2.4.4.5 Prüfaufwand.209
3.2.4.4.6 Eingangsgrößen einiger Stichprobensysteme.212

4 Polycharaktere Fragestellungen	215
4.1 Vorbemerkungen.	215
4.2 Die Häufigkeits-Analyse.	216
4.2.1 Mischverteilungen und ihre Parameter.	216
4.2.2 Grundlagen der Häufigkeitsanalyse.	220
4.2.3 Systematik der Mischkollektive aus zwei Teilkollektiven	222
4.2.4 Analyse von Mischkollektiven.	225
4.3 Funktionen von Zufallsvariablen.	229
4.4 Korrelationen von Zufallsgrößen.	231
4.4.1 Vorbemerkungen.	231
4.4.2 Korrelation qualitativer Merkmale -.	233
4.4.2.1 Zusammenhänge zwischen zwei alternativen Merkmalen	233
4.4.2.2 Korrelation von zwei mehrklassigen Merkmalen.	234
4.4.3 Korrelation quantitativer Merkmale.	235
4.4.3.1 Der Korrelationskoeffizient.	235
4.4.3.2 Einfache lineare Korrelation.	237
4.4.3.3 Graphische Verfahren.	239
4.5 Zufällige Funktionen.	240
4.5.1 Vorbemerkungen.	240
4.5.2 Deskriptive Methoden.	244
4.5.2.1 Lineare Regressionen.	244
4.5.2.2 Streuung als Funktion des Mittelwertes.	244
4.5.2.3 Nichtlineare zufällige Funktionen.	246
4.5.3 Stochastische Prozesse.	247
Abkürzungen und Symbole.	248
Literaturverzeichnis.	250
Namenverzeichnis.	254
Sachverzeichnis.	256