

# Lineare Optimierung

*von*

Dr. Karl Schick

*Pädagogische Hochschule Neuss*



**Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich**  
B. I.-Wissenschaftsverlag

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite	$K_1$	$K_2$	$K_3$
Vorwort	5			
Inhaltsverzeichnis	9			
<u>1. Einführung</u>	15			
11 Die Aufgabe und die Bedeutung der mathematischen Optimierung	15			
12 Beispiele für lineare Optimierungsprobleme	17			
121 Ein Produktionsproblem	17			
122 Ein Transportproblem	18			
123 Ein Mischungsproblem	20			
124 Ein Schnittproblem	21			
13 Nichtlineare und lineare Optimierungsprobleme	22			
14 Zur Geschichte der mathematischen Optimierung	26			
15 Zusammenfassung der Ergebnisse des Kapitels 1	27			
16 Lernziele zu Kapitel 1	29			
17 Aufgaben zu Kapitel 1	29			
<u>2 Das graphische Lösungsverfahren</u>	33			
21 Die Normalformen für lineare Optimierungsprobleme mit zwei Variablen	33			
211 Die Normalform der Maximumaufgabe	33			
a) Ein einführendes Beispiel	33			
b) Das allgemeine Verfahren zur Lösung der Maximumaufgabe in der Normalform	37			
212 Die Normalform der Minimumaufgabe	38			
a) Ein einführendes Beispiel	38			
b) Das allgemeine Verfahren zur Lösung der Minimumaufgabe in der Normalform	40			
22 Die Lösungsmenge für lineare Optimierungsprobleme mit zwei Variablen	41			
221 Lineare Optimierungsprobleme mit genau einer optimalen Lösung	41			
222 Lineare Optimierungsprobleme mit mehr als einer optimalen Lösung	43			
223 Lineare Optimierungsprobleme ohne optimale Lösung	46			

	Seite	$K_1$	$K_2$	$K_3$
23 Die Sonderfälle der ganzzahligen und parametrischen Optimierung	47			
231 Die ganzzahlige Optimierung	47			
232 Die parametrische Optimierung	49			
24 Die allgemeine Form von linearen Optimierungsproblemen mit zwei Variablen	51			
241 Zwei einführende Beispiele	51			
242 Das Lösungspolyeder	52			
a) Die allgemeine Form eines linearen Optimierungsproblems	52			
b) Basislösungen und zulässige Basislösungen	53			
c) Konvexe Punktmenge	54			
d) Polyeder	58			
243 Die optimale Lösung	59			
244 Das allgemeine Lösungsverfahren	61			
25 Zusammenfassung der Ergebnisse des Kapitels 2	63			
26 Lernziele zu Kapitel 2	65			
27 Aufgaben zu Kapitel 2	66			
<u>3. Algebraische Verfahren zum Lösen von allgemeinen linearen Optimierungsproblemen</u>	71			
31 Zwei einführende Beispiele	71			
32 Grundlagen aus der linearen Algebra	82			
321 Matrizen	82			
a) Zum Begriff der Matrix	82			
b) Vektoren als spezielle Matrizen	85			
c) Relationen zwischen Matrizen	88			
d) Der Vektorraum	105			
e) Die lineare Kombination von Matrizen und Vektoren	106			
f) Dimension, Basis, Rang bei Vektoren und Matrizen	112			
g) Die elementare Basistransformation	117			
h) Die allgemeine Basistransformation	124			

	Seite	$K_1$	$K_2$	$K_3$
322 Lineare Gleichungssysteme	144			
a) Einführende Beispiele für lineare Gleichungssysteme	144			
b) Grundlegende Begriffe für lineare Gleichungssysteme	145			
c) Die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen	147			
323 Lineare Ungleichungssysteme	158			
a) Einführende Beispiele für lineare Ungleichungssysteme	158			
b) Grundlegende Begriffe für lineare Ungleichungssysteme	159			
c) Die Lösungsmenge von linearen Ungleichungssystemen	163			
33 Das Eckpunktberechnungsverfahren	192			
331 Zur Einführung	192			
332 Der Hauptsatz der linearen Optimierung	194			
333 Das Lösungsverfahren	198			
334 Bemerkungen zu dem Eckpunktberechnungsverfahren	202			
34 Das Simplexverfahren	203			
341 Das Simplexverfahren für die Normalform der Maximalaufgabe	204			
a) Das mathematische Modell für die Normalform	204			
b) Die Basistransformation	205			
c) Das Simplexkriterium	208			
d) Anwendungen	210			
e) Fallunterscheidungen	218			
f) Ablaufdiagramm für das Simplexverfahren	220			
342 Das Simplexverfahren für die modifizierte Normalform der Maximalaufgabe	222			
a) Das mathematische Modell für die modifizierte Normalform	222			
b) Ein einführendes Beispiel	223			
c) Allgemeines Lösungsverfahren für die modifizierte Normalform der Maximalaufgabe	226			
d) Beispiele	228			

	Seite	$K_1$	$K_2$	$K_3$
343 Das Simplexverfahren für die allgemeine Form eines linearen Optimierungsproblems	233			
a) Das Großerzeichen tritt in den einschränkenden Bedingungen auf	233			
b) Auf den rechten Seiten der einschränkenden Bedingungen treten negative Zahlen auf	234			
c) Das Minimum einer Zielfunktion ist zu bestimmen	235			
d) Abschließende Bemerkungen	236			
344 Das Simplexverfahren für Sonderfälle	237			
a) Lineare Optimierungsprobleme mit unendlich vielen optimalen Lösungen	237			
b) Lineare Optimierungsprobleme ohne optimale Lösung	240			
c) Degenerierte Optimierungsprobleme	242			
d) Parametrische Optimierung	245			
e) Ganzzahlige Optimierung	249			
35 Die Dualitätsrelation für lineare Optimierungsprobleme	266			
351 Einführende Beispiele zu der Dualitätsrelation	266			
352 Duale lineare Optimierungsprobleme	271			
353 Das Optimalitätskriterium	273			
354 Der Dualitätssatz	274			
355 Die Interpretation des dualen Problems	280			
36 Zusammenfassung der Ergebnisse des Kapitels 3	281			
361 Grundlagen aus der linearen Algebra	281			
362 Das Eckpunktberechnungsverfahren	285			
363 Das Simplexverfahren	286			
364 Die Dualitätsrelation	287			
37 Lernziele zu Kapitel 3	288			
371 Grundlagen aus der linearen Algebra	288			
372 Das Eckpunktberechnungsverfahren	290			
373 Das Simplexverfahren	291			
374 Die Dualitätsrelation	292			

	Seite	$K_1, K_2, K_3$
38 Aufgaben zu Kapitel 3	293	
381 Grundlagen aus der linearen Algebra	293	
382 Das Eckpunktberechnungsverfahren	301	
383 Das Simplexverfahren	302	
384 Die Dualitätsrelation	307	
4. Lösungshinweise und Lösungen zu den Aufgaben	310	
5. Literaturverzeichnis	325	
6. Namen- und Sachverzeichnis	327	