

EINFÜHRUNG
IN DIE
CAUCHY-WEIERSTRASS'SCHE
FUNKTIONENTHEORIE

VON

ALEXANDER DINGHAS

O. PROFESSOR
AN DER FREIEN UNIVERSITÄT BERLIN



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT · MANNHEIM/ZÜRICH

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

INHALTSVERZEICHNIS

ERSTER TEIL

Die allgemeinen Grundlagen der Funktionentheorie 1

KAPITEL 1

| | |
|--|----|
| Vorbereitende Begriffsbildungen und einführende Tatsachen | 1 |
| 1. Mengen. Grundlegende Operationen. Abbildungen | 1 |
| 2. Algebraische Strukturen. Ordnungsstrukturen | 3 |
| 3. Topologische Strukturen | 4 |
| 4. Die Räume \mathbf{R} und \mathbf{C} | 5 |
| 5. Der Raum $\hat{\mathbf{C}}$ | 9 |
| 6. Lineare Transformationen von $\hat{\mathbf{C}}$ | 10 |
| 7. $\hat{\mathbf{C}}$ als Hausdorffscher und als metrischer Raum | 12 |
| 8. Winkel und Argument | 16 |

KAPITEL 2

| | |
|---|----|
| Die Anfangsgründe der Topologie von \mathbf{C} und $\hat{\mathbf{C}}$. | |
| Potenz- und Laurent-Reihen. Komplexe Integrale | 18 |
| 9. Offene und abgeschlossene Mengen von \mathbf{C} und $\hat{\mathbf{C}}$ | 18 |
| 10. Folgen. Nullfolgen. Konvergente Folgen | 19 |
| 11. Der Begriff der Intervallschachtelung. Hereditäre Eigenschaften von unendlichen Mengen | 21 |
| 12. Cauchy-Folgen. Der Satz von BOLZANO-WEIERSTRASS und der Satz von BOREL-LEBESGUE | 23 |
| 13. Funktionenreihen, insbesondere Potenzreihen | 26 |
| 14. Sätze über Potenzreihen | 29 |
| 15. Kurven | 34 |
| 16. Komplexe Kurvenintegrale | 36 |
| 17. Differenzierbare Jordan-Kurven. Eigenschaften des Linienintegrals | 40 |
| 18. Differenzierbare Abbildungen | 43 |
| 19. Der Index einer geschlossenen rektifizierbaren Kurve | 44 |
| 20. Der Begriff des Zusammenhangs. Gebiete. Kontinuen | 46 |

ZWEITER TEIL

| | |
|--|-----|
| Die Cauchy-Weierstraßsche Funktionentheorie | 49 |
| KAPITEL 3 | |
| Die Anfangsgründe der Cauchy-Weierstraßschen Funktionentheorie | 49 |
| 21. Die Weierstraßsche Definition der holomorphen Funktion . . . | 49 |
| 22. Die Cauchysche Definition der holomorphen Funktion . . . | 51 |
| 23. Äquivalente Definitionen der holomorphen Funktion | 52 |
| 24. Eigenschaften der Nullstellenmengen | 57 |
| 25. Isolierte Singularitäten einer holomorphen Funktion. Der Begriff der meromorphen Funktion | 58 |
| 26. Einbeziehung des Punktes $z = \infty$. Hinreichende Kriterien für hebbare Stellen | 60 |
| 27. Hebbare kompakte Mengen. Der Satz von Weierstraß über Häufungsmengen | 64 |
| 28. Die Fundamentalsätze der Cauchyschen Funktionentheorie . | 67 |
| 29. Die Laurent-Entwicklung einer holomorphen Funktion in der Umgebung einer isolierten Singularität | 71 |
| 30. Der Cauchysche Residuensatz | 75 |
| 31. Darstellung von w und $w^{(n)}$ in G^n . Das Cauchysche Maximumprinzip. | 80 |
| KAPITEL 4 | |
| Anwendungen der Cauchy-Weierstraßschen Funktionentheorie. Der Begriff der analytischen Funktion | 82 |
| 32. Die Cauchysche Formel für die logarithmische Ableitung von w . Der Satz von ROUCHÉ | 82 |
| 33. Die Jensensche Formel | 85 |
| 34. Gewinnung von holomorphen Funktionen durch Grenzprozesse | 87 |
| 35. Definition komplexwertiger Funktionen durch Linienintegrale | 91 |
| 36. Der Begriff der analytischen Fortsetzung | 93 |
| 37. Der Begriff der analytischen Funktion | 94 |
| 38. Der Begriff der komplexen Mannigfaltigkeit | 96 |
| 39. Der Monodromiesatz | 99 |
| 40. Das Permanenzprinzip der Funktionalgleichungen | 100 |
| 41. Kanonische Produkte. Der Mittag-Lefflersche Satz | 101 |
| 42. Der Begriff der inversen Funktion. Die Funktion $\log z$ und die trigonometrischen Funktionen | 105 |
| Literaturverzeichnis | 109 |
| Sach- und Namensverzeichnis | 111 |