

FUNKTIONALANALYSIS

I

ERIKA PFLAUMANN

INSTITUT FÜR INSTRUMENTELLE MATHEMATIK
AN DER UNIVERSITÄT BONN

HEINZ UNGER

O. PROFESSOR UND DIREKTOR
DES INSTITUTS FÜR ANGEWANDTE MATHEMATIK
DER UNIVERSITÄT BONN



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT · MANNHEIM

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

INHALTSVERZEICHNIS

<i>Einleitung</i>	8
KAPITEL I	
<i>Topologische Strukturen</i>	11
§ 1. Gerichtete Systeme und Filter	11
§ 2. Topologische Strukturen	16
a) Definition des topologischen Raumes	16
b) Einige einfache topologische Begriffe	19
c) Äquivalente Axiomensysteme für topologische Strukturen	22
d) Vergleich von Topologien; induzierte Topologie, Produkttopologie	24
§ 3. Konvergenz und Stetigkeit	27
a) Limites, Berührungspunkte	27
b) Stetige Abbildungen	30
§ 4. Topologien mit besonderen Eigenschaften	34
a) Trennungsaxiome	34
b) Kompaktheit	40
c) Abzählbarkeitsaxiome	46
KAPITEL II	
<i>Uniforme Strukturen</i>	49
§ 1. Uniforme Räume	49
a) Grundlegende Definitionen	49
b) Die Topologie uniformer Räume	52
c) Eigenschaften uniformer Räume	53
§ 2. Metrische Räume	58
a) Definition der metrischen Räume und ihrer uniformen Struktur	58
b) Die Topologie metrischer Räume	63
c) Die uniforme Struktur metrischer Räume	67
d) Der Satz von BAIRE	71
§ 3. Pseudometrische Räume	73
§ 4. Uniformisierung, Metrisierung	75
KAPITEL III	
<i>Lineare Räume</i>	78
§ 1. Die Grundlagen der Theorie der linearen Räume	79
a) Definition des linearen Raumes	79
b) Lineare Teilräume	82
c) Die Basen eines linearen Raumes	85
§ 2. Konvexe und ausgeglichene Mengen	88
a) Der Begriff der Konvexität	88
b) Die Distanzfunktion	92

§ 3. Lineare Abbildungen	95
a) Lineare Abbildungen	95
b) Der algebraisch duale Raum	99

KAPITEL IV

<i>Topologische lineare Räume</i>	106
§ 1. Definition und grundlegende Eigenschaften des topologischen linearen Raumes	106
a) Definition des topologischen linearen Raumes	106
b) Eigenschaften der Topologie eines topologischen linearen Raumes	110
c) Teilraum, Quotientenraum, Produktraum	114
d) Beschränkte Mengen	118
§ 2. Lokalkonvexe Räume	123
§ 3. Normierte Räume	126
a) Normierte Räume	126
b) Konvexität in normierten Räumen	132
c) Banachräume	137
§ 4. Hilberträume	141
a) Skalarprodukte	141
b) Hilberträume	147

KAPITEL V

<i>Stetige lineare Funktionale</i>	155
§ 1. Die Existenz stetiger linearer Funktionale	156
§ 2. Der Dualraum. Schwache Topologie – starke Topologie	163
§ 3. Der Dualraum eines normierten Raumes. Reflexivität	171

KAPITEL VI

<i>Funktionsräume</i>	182
§ 1. Die Räume $L^p[a, b]$	183
a) $L^p[a, b]$, $1 \leq p < \infty$	183
b) $L^\infty[a, b]$	194
§ 2. Die Räume $C_n[a, b]$	198
a) $C_0[a, b]$	198
b) $C_n[a, b]$, $n \geq 1$	209
§ 3. Der Raum der Distributionen	212
§ 4. Sobolev-Räume	223
<i>Literaturverzeichnis</i>	233
<i>Liste der Symbole und Abkürzungen</i>	235
<i>Register</i>	237
<i>Axiomensysteme (ein Falblatt)</i>	