

# NUMERISCHES RECHNEN

*Iteration, Programmierung und algebraische Gleichungen*

VON

BEN NOBLE

M.A., B.Sc, D.Sc, A.M.I.E.E.

Senior Lecturer in Mathematics, the Royal College of  
Science and Technology, Glasgow



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

# INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
<i>I. Genauigkeit und Fehler</i>	11
1.1. Einführung	11
1.2. Die Rundung von Zahlen	12
1.3. Absoluter und relativer Fehler	12
1.4. Fehleranalyse und Fehlerkontrolle	15
1.5. Die Auswertung von Formeln auf einer Tischrechenmaschine	20
1.6. Vermeidung von Irrtümern	24
Übungsaufgaben I	25
<i>II. Iterative Verfahren mit Anwendungen auf die Lösung von Gleichungen</i>	27
2.1. Einführung	27
2.2. Ein einfaches iteratives Verfahren	28
2.3. Das Iterationsverfahren von Newton und Raphson	33
2.4. Allgemeine Gesichtspunkte bei iterativen Verfahren	38
2.5. Reelle Wurzeln von Polynomen	44
2.6. Über Fehler, die bei der Berechnung der Wurzeln von Polynomen auftreten	47
2.7. Komplexe Wurzeln von Polynomen: Die Methode von Bairstow	52
Übungsaufgaben II	55
<i>III. Elementare Programmierungstechnik für automatische Rechenmaschinen</i>	59
3.1. Einführung	59
3.2. Einfache Programme	61
3.3. Beispiele zur Programmierung iterativer Verfahren	69
3.4. Allgemeine Bemerkungen	78
Übungsaufgaben III	81
<i>IV. Lineare Gleichungssysteme</i>	83
4.1. Einführung	83
4.2. Die Methode der sukzessiven Elimination	85
4.3. Die Wahl der Leitelemente und die Frage der Eichung	90
4.4. Inhärenter Fehler bei schlecht konditionierten Gleichungssystemen	94
4.5. Ein Maschinen-Programm für die Methode der sukzessiven Elimination	100
Übungsaufgaben IV	102
<i>V. Matrixmethoden</i>	104
5.1. Matrizenalgebra	104
5.2. Eine kompakte Eliminationsmethode zur Lösung linearer Gleichungssysteme	107
5.3. Die inverse Matrix	114
Übungsaufgaben V	119
<i>VI. Eigenwerte und Eigenvektoren</i>	123
6.1. Einführung	123
6.2. Ein iteratives Verfahren zur Bestimmung des größten Eigenwertes	129
6.3. Die Bestimmung der übrigen Eigenwerte und Eigenvektoren	134
6.4. Die iterative Lösung linearer Gleichungssysteme	137
Übungsaufgaben VI	147
Sachregister	153

# Numerisches Rechnen II

*Differenzen, Integration und Differentialgleichungen*

*von*

Ben Noble

*M.A., B. Sc, D. Sc, A. M. I. E. E.*

*the Mathematics Research Center, U.S.Army,  
the University of Wisconsin, Madison, Wisconsin,  
U.S.A. (formerly of the Department of Mathematics,  
the Royal College of Science and Technology,  
Glasgow, Scotland)*



**Bibliographisches Institut/Mannheim/Wien/Zürich**  
B.I.-Wissenschaftsverlag

## Inhalt

Hinweise für den Leser . . . . .	7
Band II: Differenzen, Integration und Differentialgleichungen	
VII. Endliche Differenzen und die angenäherte Darstellung von Funktionen. . . . .	9
7.1 Einführung . . . . .	9
7.2 Tafeln endlicher Differenzen . . . . .	10
7.3 Die Verwendung von Differenzen bei der Fehlerkontrolle. . . . .	14
7.4 Endliche Differenzen eines Polynoms. . . . .	17
7.5 Die angenäherte Darstellung von Funktionen . . . . .	27
Übungsaufgaben VII. . . . .	42
VIII. Interpolation durch Polynome. . . . .	47
8.1 Einführung . . . . .	47
8.2 Fehlerabschätzung bei der Interpolation durch Polynome. . . . .	51
8.3 Das Aitkensche Interpolationsverfahren . . . . .	59
8.4 Die Newtonsche Interpolationsformel mit dividierten Differenzen. . . . .	66
8.5 Die Formeln von Gregory-Newton und Gauß. . . . .	69
8.6 Die Interpolationsformeln von Everett, Bessel und Stirling. . . . .	72
8.7 Praktische Hinweise für die Verwendung endlicher Differenzen zur Interpolation. . . . .	75
Übungsaufgaben VIII . . . . .	84
IX. Numerische Integration und Differentiation. . . . .	87
9.1 Einführung . . . . .	87
9.2 Die Trapezregel und die Simpsonsche Regel (Keplersche Faßregel). . . . .	87

9.3 Fehlerabschätzung: Die Simpsonsche Regel bei Verwendung einer Tisch- bzw. automatischen Rechenmaschine	90
9.4 Die Behandlung von Singularitäten	100
9.5 Die Formeln von Gauß	104
9.6 Integrationsformeln mit zentralen Differenzen	106
9.7 Numerische Differentiation	109
Übungsaufgaben IX	112
X.    Gewöhnliche Differentialgleichungen	117
10.1 Einführung	117
10.2 Elementare Überlegungen	118
10.3 Fehlerabschätzung bei der numerischen Lösung von Differentialgleichungen	123
10.4 Die Programmierung der numerischen Lösung von Differentialgleichungen	145
10.5 Die Formeln von Runge-Kutta	150
10.6 Prädiktor-Korrektor-Methoden	156
10.7 Fehler und Stabilität	166
10.8 Ein Vergleich der Methoden	175
10.9 Gleichungen 2.Ordnung	181
10.10 Zweiseitige Randbedingungen	187
Übungsaufgaben X	192
XI.  Partielle Differentialgleichungen	203
11.1 Einführung	203
11.2 Die Wärmeleitungsgleichung	204
11.3 Die Laplacesche Gleichung	216
Übungsaufgaben XI	234
Sachregister	241