

# MATHEMATISCHE METHODEN DER PHYSIK

ERSTER BAND

VON

WOLFGANG GRÖBNER und PETER LESKY

o. Professor

Dozent

an der Universität Innsbruck



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM

HOCHSCHUL TASCHENBUCH ER-VERLAG

# INHALTSVERZEICHNIS

## KAPITEL I

<i>Approximation willkürlicher Funktionen.</i>	9
§ 1. Interpolationsrechnung	10
§ 2. Ausgleichsrechnung	12
§ 3. Der Weierstraßsche Approximationssatz	14
§ 4. Methode der kleinsten Fehlerquadrate	20
Aufgaben.	23

## KAPITEL II

<i>Orthogonale Funktionensysteme.</i>	25
§ 1. Der Hilbertraum	25
§ 2. Orthogonale Funktionen	27
§ 3. Lineare Abhängigkeit	28
§ 4. Approximation einer Funktion durch ein Funktionen-System und Konvergenz im Mittel.	30
§ 5. Orthogonale Funktionensysteme	34
§ 6. Vollständigkeit und Abgeschlossenheit orthogonaler Funk- tionensysteme.	37
§ 7. Der Satz von Fischer-Riesz	41
Aufgaben und Ergänzungen.	42

## KAPITEL III

<i>Trigonometrische Reihen (Fourierreihen im engeren Sinn)</i>	45
§ 1. Trigonometrische Reihen	45
§ 2. Vollständigkeitsbeweis für das System der trigonometrischen Funktionen im Intervall $[0, 2n]$ .	48
§ 3. Eigenschaften der Fourierkoeffizienten	51
§ 4. Entwicklung gerader und ungerader Funktionen in Fourier- reihen.	53
§ 5. Intervalle von der Länge $2l$ .	57
§ 6. Ein Beispiel aus der Potentialtheorie	58
§ 7. Das erste Randwertproblem der Potentialtheorie (Dirichletsches Problem).	62
Aufgaben und Ergänzungen.	65

## KAPITEL IV

<i>Gewöhnliche Differenzialgleichungen</i> . . . . .	70
§ 1. Lineare Differenzialgleichungen erster Ordnung . . . . .	71
§ 2. Lineare Differenzialgleichungen zweiter Ordnung . . . . .	75
§ 3. Existenz- und Eindeutigkeitsätze für ein System von Differenzialgleichungen erster Ordnung . . . . .	87
§ 4. Lösung von Differenzialgleichungen durch Liernihen . . . . .	96
Aufgaben und Ergänzungen . . . . .	106

## KAPITEL V

<i>Elemente der Variationsrechnung</i> . . . . .	113
§ 1. Vorbereitende Sätze und Bemerkungen . . . . .	113
§ 2. Beispiele von Variationsproblemen . . . . .	116
§ 3. Formalismus der Variationsrechnung . . . . .	124
§ 4. Lösung von zwei Beispielen . . . . .	128
§ 5. Variationsprobleme mit Nebenbedingungen . . . . .	132
§ 6. Auftreten von höheren Ableitungen im Integranden . . . . .	136
§ 7. Konstruktion von orthogonalen Polynomsystemen . . . . .	138
§ 8. Variationsprobleme mit mehreren unbekanntcn Funktionen . . . . .	145
§ 9. Variationsproblem mit mehreren unabhängigen Variablen . . . . .	148
§ 10. Die Methode von Ritz . . . . .	150
Aufgaben und Ergänzungen . . . . .	152
Bibliographie . . . . .	150
Sachregister . . . . .	160

# MATHEMATISCHE METHODEN DER PHYSIK

ZWEITER BAND

VON

WOLFGANG GRÖBNER und PETER LESKY

o. Professor

Dozent

an der Universität Innsbruck



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

# INHALTSVERZEICHNIS

## KAPITEL VI

<i>Rand- und Eigenwertprobleme.</i>	9
§ 1. Randwertprobleme bei linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung, Greensche Funktion	9
§ 2. Homogene Randwertprobleme, Identität von Picone	12
§ 3. Sturm-Liouvillesche Eigenwertprobleme	16
§ 4. Orthogonalität der Eigenfunktionen	19
§ 5. Vollständigkeit des Systems der Eigenfunktionen	20
§ 6. Beispiele	26
§ 7. Legendresche Kugelfunktionen	31
§ 8. Jacobische Polynome und weitere Orthogonalsysteme als Lösungen von Eigenwertproblemen.	42
Aufgaben und Ergänzungen.	55

## KAPITEL VII

<i>Einige Differentialgleichungen der Physik.</i>	72
§ 1. Erste Randwertaufgabe (Dirichletsches Problem) der Potentialtheorie für das Rechteck	72
§ 2. Ein stationäres Wärmeleitungsproblem	75
§ 3. Die erste und zweite Randwertaufgabe für den Kreis	79
§ 4. Die Randwertaufgaben für die Ellipse	85
§ 5. Konforme Abbildung	89
§ 6. Die schwingende Saite	95
§ 7. Die schwingende Membran	102
§ 8. Ein instationäres Wärmeleitungsproblem	109
§ 9. Die Telegraphengleichung	111
§ 10. Kugelfunktionen	118
§ 11. Die elektromagnetischen Feldgleichungen	126
Aufgaben und Ergänzungen.	135

## KAPITEL VIII.

<i>Allgemeine partielle Differentialgleichung erster Ordnung.</i>	157
§ 1. Die Theorie der allgemeinen partiellen Differentialgleichung erster Ordnung	158
§ 2. Die Hamilton-Jacobische Theorie	164

§ 3. Das $n$ -Körper-Problem . . . . .	175
§ 4. Stabilitätsuntersuchungen . . . . .	183
Aufgaben und Ergänzungen . . . . .	189

## KAPITEL IX

<i>Integralgleichungen</i> . . . . .	196
§ 1. Fredholm'sche Integralgleichungen zweiter Art mit ausgearteten Kernen . . . . .	197
§ 2. Fredholm'sche Integralgleichungen erster Art mit ausgearteten Kernen . . . . .	203
§ 3. Volterra'sche Integralgleichungen zweiter Art mit stetigen Kernen . . . . .	204
§ 4. Volterra'sche Integralgleichungen erster Art . . . . .	208
§ 5. Zusammenhang zwischen den Volterra'schen Integralgleichungen und den linearen Differentialgleichungen . . . . .	211
§ 6. Fredholm'sche Integralgleichungen zweiter Art und die Neumann'sche Reihe . . . . .	214
§ 7. Fredholm'sche Integralgleichungen mit stetigen und symmetrischen Kernen . . . . .	216
§ 8. Behandlung der Eigenwertprobleme von Differentialgleichungen mit Hilfe von Integralgleichungen . . . . .	229
Aufgaben und Ergänzungen . . . . .	231
Bibliographie . . . . .	239
Register . . . . .	241