

# ALGEBREN

VON

ERNST-AUGUST BEHRENS

apl. Professor an der Universität Frankfurt/Main



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM

HOCHSCHULTASCHE NBÜCHEIT-VERLAG

# INHALTSVERZEICHNIS

## KAPITEL I

Grundlagen . . . . .	.11
§ 1. Einbettung eines Ringes in den Endomorphismenring einer abelschen Gruppe. . . . .	.11
§ 2. R-lineare Abbildungen eines R-Modulus in sich . . . . .	19
§ 3. Vektorräume. . . . .	23
§ 4. Algebren. . . . .	28

## KAPITEL II

Primitive Ringe. . . . .	34
§ 1. Dichte Ringe linearer Abbildungen eines Vektorraumes in sich	34
§ 2. Die endliche Topologie . . . . .	.39
§ 3. Der Verband der Linksideale in einem primitiven Artinring .	43
§ 4. Hoinomorphismen von Halbgruppen, Ringen und Moduln . .	49
§ 5. Einfache Ringe mit minimalen Linksidealen. . . . .	52
§ 6. Isomorphiesätze . . . . .	.58
§ 7. Modulare maximale Linksideale . . . . .	.62
§ 8. Primitive Algebren . . . . .	.66

## KAPITEL III

Ringe mit einer treuen Familie irreduzibler Moduln. . . . .	.70
§ 1. Das Radikal eines Ringes . . . . .	.70
§ 2. Halbeinfache Ringe als subdirekte Summen primitiver Ringe	74
§ 3. Halbeinfache Artinringe . . . . .	.80

## KAPITEL IV

Ringe mit einem treuen und vollreduziblen Modul . . . . .	85
§ 1. Vollreduzible Moduln . . . . .	85
§ 2. Homogene Komponenten eines R-Moduls. . . . .	91
§ 3. Der Bizentralisator eines vollreduziblen Moduls . . . . .	.93
§ 4. Moduln mit Booleschem Untermodulverband . . . . .	.100

## KAPITEL V

Darstellungstheorie. . . . .	.103
§ 1. Kommutative Körper . . . . .	.103
§ 2. Kroneckerprodukte. . . . .	.113
§ 3. Darstellungen . . . . .	.113
§ 4. Die Spur einer separablen Körpererweiterung . . . . .	.117

KAPITEL VI

Separable Algebren . . . . .128  
§ 1. Zentrale, einfache Algebren . . . . .128  
§ 2. Die Kommutativität der  $x^{n(x)}=x$  genügenden Ringe . . . . .139  
§ 3. Der Quaternionenkörper . . . . .145  
§ 4. Algebren mit abspltbarem Radikal. . . . .147

KAPITEL VII

Frobeniusalgebren. . . . .153  
§ 1. Unzerlegbare Linksideale in Artinringen  $R$  mit Einselement . . . . .153  
§ 2. Der zu einem Algebra-Modul duale Modul . . . . .163  
§ 3. Charakterisierungen der Frobeniusalgebren . . . . .166  
§ 4. Beispiele. . . . .178  
§ 5. Injektive  $R$ -Moduln zu einer Frobeniusalgebra 91. . . . .182  
§ 6. Projektive und injektive Moduln für eine beliebige, endlich-dimensionale Algebra . . . . .187  
§ 7. Halbeinfache Algebren bei separablen Grundkörpererweiterungen. . . . .192

KAPITEL VIII

Distributiv darstellbare Ringe. . . . .195  
§ 1. Einführung. . . . .195  
§ 2. Distributiv darstellbare Artinringe . . . . .197  
§ 3. Artinringe mit distributivem Linksidealverband . . . . .208  
§ 4. Arithmetische Ringe. . . . .210

KAPITEL IX

Ringe stetiger Funktionen. . . . .218  
§ 1. Bireguläre Rechtsalgebren . . . . .218  
§ 2. Der Strukturraum eines Ringes . . . . .227  
§ 3. Der Satz von Arens und Kaplansky. . . . .237  
§ 4. Boolesche Ringe. . . . .244

ANHANG

Hinweise auf die Literatur. . . . .247  
Literaturverzeichnis. . . . .253  
Sachverzeichnis. . . . .257