

# MATRIZENRECHNUNG

VON

WOLFGANG GRÖBNER

o. PROFESSOR AJTDER UNIVERSITÄT INNSBRUCK



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

# INHALT

	Seite
<i>Kapitel I. Vektoren und Matrizen.</i> . . . . .	.13
§ 1. Geometrischer Begriff des Vektors in der Ebene . . . . .	.13
§ 2. Vektoren in einem $w$ -dimensionalen euklidischen Raum . . . . .	15
§ 3. Der $w$ -dimensionale Vektorraum . . . . .	.19
§ 4. Begriff der Matrix. . . . .	20
Ergänzungen und Aufgaben zu Kapitel I. . . . .	25
<i>Kapitel II. Äußeres Produkt. Determinanten.</i> . . . . .	30
§ 1. Permutationen . . . . .	.30
§ 2. Das äußere Produkt von zwei und mehr $n$ -Vektoren . . . . .	32
§ 3. Determinanten . . . . .	.36
§ 4. Geometrische Bedeutung des äußeren Produktes und der Determinante. . . . .	38
§ 5. Die wichtigsten Eigenschaften der Determinanten . . . . .	40
§ 6. Der Produktsatz für quadratische Matrizen . . . . .	.48
§ 7. Besondere Determinanten . . . . .	.50
A. Symmetrische und schiefsymmetrische Determinanten . . . . .	50
B. Orthogonale Matrizen und Determinanten. . . . .	53
§ 8. Alternierende Differentialformen. Funktionaldeterminanten . . . . .	57
Ergänzungen und Aufgaben zu Kapitel II. . . . .	.60
<i>Kapitel III. Lineare Algebra.</i> . . . . .	70
§ 1. Auflösung eines regulären linearen Gleichungssystems . . . . .	70
§ 2. Rang einer Matrix . . . . .	.72
§ 3. Auflösung eines allgemeinen linearen Gleichungssystems. . . . .	78
§ 4. Auflösung eines homogenen linearen Gleichungssystems . . . . .	80
§ 5. Geometrische Anwendungen . . . . .	.85
Ergänzungen und Aufgaben zu Kapitel III. . . . .	.97
<i>Kapitel IV. Fortsetzung der Determinantentheorie.</i> . . . . .	.103
§ 1. Der Entwicklungssatz von Laplace . . . . .	.103
§ 2. Produktsatz für rechteckige Matrizen. Gramsche Deter- minante. Hadamardsche Abschätzungsformel. . . . .	.105
§ 3. Ein Beispiel aus der Ausgleichsrechnung. Lösung eines überbestimmten linearen Gleichungssystems nach der Methode der kleinsten Quadrate. . . . .	.110
§ 4. Übermatrizen (Blockmatrizen). . . . .	.114
§ 5. Kronecker-Produkte. . . . .	.116

§ 6. Abgeleitete und adjungierte Matrizen . . . . .	.119
§ 7. Graßmannsche Koordinaten und Cartanscher Satz . . . . .	126
Ergänzungen und Aufgaben zu Kapitel IV. . . . .	.131
<i>Kapitel V. Rationale Funktionen einer quadratischen Matrix . . . . .</i>	<i>142</i>
§ 1. Rationale ganze Funktionen einer quadratischen Matrix . . . . .	142
§ 2. Lineare Abbildungen eines Vektorraums . . . . .	.144
§ 3. Die charakteristische Gleichung einer Matrix . . . . .	.147
§ 4. Die charakteristischen Wurzeln . . . . .	.157
§ 5. Rationale gebrochene Funktionen einer quadratischen Matrix. . . . .	.162
§ 6. Die Frobeniusschen Kovarianten einer quadratischen Matrix	164
Ergänzungen und Aufgaben zu Kapitel V. . . . .	.169
<i>Kapitel VI. Äquivalenz und Ähnlichkeit. . . . .</i>	<i>.181</i>
§ 1. Allgemeine Äquivalenz über einem Körper. . . . .	.181
§ 2. Matrizen über einem Hauptidealring . . . . .	.183
§ 3. Unimodulare Äquivalenz über einem Hauptidealring. Elementarteiler. . . . .	.187
§ 4. Simultane Äquivalenz und Ähnlichkeit . . . . .	.192
§ 5. Transformation auf die Normalform . . . . .	.195
§ 6. Basistransformationen des n-dimensionalen Vektorraumes . . . . .	200
§ 7. Matrizenfunktionen . . . . .	.206
Ergänzungen und Aufgaben zu Kapitel VI. . . . .	209
<i>Kapitel VII. Kongruenz und Hauptachsenprobleme. . . . .</i>	<i>220</i>
§ 1. Allgemeine Kongruenz und hermitesche Kongruenz . . . . .	220
§ 2. Trägheitsgesetz der quadratischen und hermiteschen Formen	224
§ 3. Transformationen auf Hauptachsen . . . . .	.231
§ 4. Unimodulare Kongruenzen über einem Hauptidealring . . . . .	237
§ 5. Automorphe Transformationen. Unitäre und orthogonale Matrizen. . . . .	240
§ 6. Darstellungen von Gruppen und hyperkomplexen Systemen	246
Ergänzungen und Aufgaben zu Kapitel VII. . . . .	.258
<i>Literaturverzeichnis. . . . .</i>	<i>269</i>
<i>Namen- und Sachverzeichnis. . . . .</i>	<i>270</i>