

GRUNDLAGEN DER EUKLIDISCHEN GEOMETRIE

von

HERBERT MESCHKOWSKI

ord. Professor an der PH Berlin

apl. Professor an der FU Berlin



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT · MANNHEIM

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

INHALTSVERZEICHNIS

| | |
|-------------------|---|
| Vorwort | 5 |
|-------------------|---|

I. Einleitung

| | | | |
|---|----|---|----|
| 1. Die Hilbertschen Postulate | 9 | 4. „Fertigbauweise“ in der Mathematik | 16 |
| 2. Die Kritik von Baldus am Hilbertschen System | 11 | 5. Mengen und Relationen | 17 |
| 3. Weitere Forderungen an ein Axiomensystem | 13 | 6. Strukturen | 20 |

II. Verknüpfung und Anordnung

| | | | |
|---|----|-------------------------------------|----|
| 1. Die Axiome der Verknüpfung | 22 | 3. Anordnung in der Ebene | 25 |
| 2. Anordnungs-eigenschaften der Geraden | 23 | 4. Aufgaben | 31 |

III. Gebiete

| | | | |
|------------------------------|----|---------------------------|----|
| 1. Polygone | 33 | 4. Polygonnetze | 44 |
| 2. Polygonegebiete | 39 | 5. Aufgaben | 47 |
| 3. Triangulierung | 41 | | |

IV. Polyeder

| | | | |
|---------------------------------|----|---|----|
| 1. Definitionen | 48 | 3. Der Eulersche Polyedersatz | 53 |
| 2. Schlegel-Diagramme | 50 | 4. Aufgaben | 57 |

V. Kongruenz

| | | | |
|--------------------------------------|----|---|----|
| 1. Die Axiome | 58 | 7. Die $<$ -Beziehung für Strecken und Winkel | 74 |
| 2. Kongruenz von Winkeln | 59 | 8. Die Addition von Strecken und Winkeln | 76 |
| 3. Kongruenz von Dreiecken | 61 | 9. Aufgaben | 80 |
| 4. Der rechte Winkel | 64 | | |
| 5. Existenzsätze | 68 | | |
| 6. Parallele Geraden | 72 | | |

VI. Stetigkeit

| | | | |
|--|----|--|----|
| 1. Multiplikation freier Strecken mit natürlichen Zahlen | 82 | 5. Winkelmessung | 90 |
| 2. Dedekindsche Schnitte | 83 | 6. Die Abgeschlossenheit des Raumes \mathfrak{R} | 93 |
| 3. Intervallschachtelungen | 85 | 7. Der Kreis | 95 |
| 4. Die Länge einer Strecke | 87 | 8. Aufgaben | 96 |

VII. Modelle

- | | | | |
|--|-----|-------------------------------------|-----|
| 1. Elementare Beispiele | 97 | 3. Unabhängigkeitsbeweise | 107 |
| 2. Modelle der absoluten Geometrie | 102 | 4. Kategorische Systeme | 108 |
| | | 5. Aufgaben | 111 |

VIII. Das Parallelenaxiom

- | | | | |
|---|-----|---|-----|
| 1. Euklids Parallelenpostulat | 112 | 3. Sätze d. elementaren Geometrie | 117 |
| 2. Die Winkelsumme im Dreieck | 114 | 4. Aufgaben | 121 |

IX. Bewegungen

- | | | | |
|-----------------------------|-----|---|-----|
| 1. Freie Vektoren | 123 | 5. Das Rechnen mit Spiegelungen | 137 |
| 2. Translationen | 126 | 6. Anwendungen | 140 |
| 3. Spiegelungen | 129 | 7. Aufgaben | 144 |
| 4. Drehungen | 133 | | |

X. Ähnlichkeit

- | | | | |
|--|-----|---|-----|
| 1. Streckenmultiplikation | 145 | 4. Die Möglichkeit der analytischen Geometrie | 153 |
| 2. Ähnlichkeit von Dreiecken | 149 | 5. Aufgaben | 155 |
| 3. Anwendungen | 152 | | |

XI. Flächenlehre

- | | | | |
|---|-----|---|-----|
| 1. Zerlegungsgleichheit | 157 | 4. Exakte Zahlen als Inhaltsmaß | 174 |
| 2. Ergänzungsgleichheit | 160 | 5. Aufgaben | 176 |
| 3. Das Hilbertsche Inhaltsmaß | 168 | | |

XII. Das Volumen der Polyeder

- | | | | |
|---|-----|---------------------------------|-----|
| 1. Zerlegungs- und Ergänzungsgleichheit im Raum | 177 | 4. Beispiele | 192 |
| 2. Das Volumen der Polyeder | 180 | 5. Juelsche Pyramiden | 197 |
| 3. Der Satz von Dehn | 187 | 6. Aufgaben | 200 |

XIII. Elemente der projektiven Geometrie

- | | | | |
|------------------------------------|-----|--|-----|
| 1. Der Desarguesche Satz | 202 | 4. Die Ordnung im projektiven Raum | 217 |
| 2. Fernpunkte | 205 | 5. Aufgaben | 221 |
| 3. Das Dualitätsprinzip | 208 | | |

Symbole und Bezeichnungen

- | | | | |
|------------------------------------|-----|--------------------------------------|-----|
| I. Logik und Mengenlehre | 222 | II. Geometrie | 223 |
| Literaturverzeichnis | 224 | Namen- und Sachverzeichnis | 228 |