

# GRUNDLAGEN DER GEOMETRIE

ERSTER BAND

VON

ROLF LINGENBERG

O. PROFESSOR AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE DARMSTADT



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT  
MANNHEIM / WIEN / ZÜRICH

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

# INHALTSVERZEICHNIS

## Kapitel I

Affine Ebenen. . . . .	10
§ 1. Axiomensystem einer affinen Ebene . . . . .	10
§ 2. Schließungssätze . . . . .	13
§ 3. Kollineationen . . . . .	24
Definition und Allgemeines — Translationen — Streckungen, insbesondere Punktspiegelmengen — Achsenaffinitäten	
§ 4. Beziehungen zwischen Kollineationen und Schließungssätzen .	32

## Kapitel II

Algebräisierung der affinen Ebenen. . . . .	36
§ 5. DESARGUESsche Ebenen und affine Koordinatenebenen über einem Schiefkörper. . . . .	37
Affine Koordinatenebene über einem Schiefkörper — DES- ARGUESsche Ebenen und Schiefkörperebenen — Ergebnis der Algebräisierung — HILBERTSche Streckenrechnung — Dar- stellung der Affinitäten — Darstellung der Kollineationen — Formale Abrundung der Ergebnisse — FANO-Axiom und Charakteristik 2	
§ 6. Zum Stufenaufbau der affinen Ebenen . . . . .	59
Affine Ebenen und affine Koordinatenebenen über einem Ternärkörper — Definition von Addition und Multiplikation durch Parallelprojektionen — Affine Koordinatenebene über einem Doppelloop — Affine Koordinatenebene über einer kar- tesischen Gruppe — Translationsebenen — Affine Koordi- natenebene über einem Fastkörper	

## Kapitel III

Projektive Ebenen. . . . .	76
§ 7. Projektive Ebenen . . . . .	76
Axiomensystem einer projektiven Ebene — Dualitätsprinzip — Projektive Abbildungen eindimensionaler Grundgebilde — Kollineationen einer projektiven Ebene — Dualitäten einer	

projektiven Ebene — Schließungssätze — Projektive und affine Ebenen — Singuläre Polaritäten — LENZ-BARLOTTI-Klassifikation	
§ 8. Projektive Koordinatenebenen über Körpern . . . . .	.106
Definition der projektiven Koordinatenebene über einem Körper — Lineare Abbildungen und Dilatationen — Durch lineare Abbildungen induzierte Abbildungen — Projektive Abbildungen eindimensionaler Grundgebilde und lineare Abbildungen — Projektive Kollineationen, projektive Dualitäten und lineare Abbildungen — Spezielle Kollineationen und lineare Abbildungen — Involutorische Projektivitäten — Singuläre projektive Polaritäten und symmetrische Bilinearformen	
Kapitel IV	
Projektive Räume . . . . .	.121
§ 9. Projektive Räume beliebiger Dimension . . . . .	.121
Axiomensystem eines projektiven Raumes — Teilräume eines projektiven Raumes — Ebenen und Hyperebenen — Modularität und Komplementarität — Dimension — Satz von DESARGUES — Kollineationen im projektiven Raum — Affine Räume in bezug auf eine Hyperebene — Projektive Koordinatenräume — Algebräisierung von projektiven Räumen	
§ 10. Dreidimensionale projektive Räume . . . . .	.134
WINEBOTZSches Axiomensystem — Dualitätsprinzip — Begriff der Geraden — Inzidenztafel — Einordnung in die Theorie der projektiven Räume beliebiger Dimension — Perspektivitäten im dreidimensionalen projektiven Raum	
§ 11. Der Hauptsatz der projektiven Geometrie . . . . .	.141
Durch semilineare Abbildungen induzierte Kollineationen — Hauptsatz der projektiven Geometrie — Koordinateneinführung nach SCHWAN und ABTIN — Vorbemerkungen zum Beweis des Hauptsatzes — Beweis des Hauptsatzes	
Kapitel V	
Einzelthemen . . . . .	.152
§ 12. Translationsebenen . . . . .	.152
Die Translationsgruppe einer Translationsebene — Kern einer Translationsebene — Translationsebene über einem VEBLEN-	

WEDDERBURN-System — Translationsebenen von Charakteristik  $\neq 2$

§ 13. MOTTFANG-Ebenen . . . . .	.159
Duale Koordinatenebenen — Harmonische Lage von vier Punkten — Algebräisierung der MOUFANG-Ebenen — MOUFANG-Ebenen von Charakteristik $\neq 2$ — MOUFANG-Ebenen und Eindeutigkeit des vierten harmonischen Punktes	
§ 14. Kennzeichnung der PAPPUSschen Ebenen durch die Existenz von Dualitäten . . . . .	.169
§ 15. Endliche projektive Ebenen, insbesondere Anti-FANO-Ebenen	174
Allgemeines über endliche projektive Ebenen — Anti-FANO-Ebenen — Die Abbildung $T^\wedge$ in einer affinen Ebene — Beweis des Satzes von GLEASON	
§ 16. Projektive Inzidenzgruppen . . . . .	.183
Definition einer Inzidenzgruppe — Fastkörper-Vektorräume und Inzidenzgruppen	
Anhang I . . . . .	.189
Mengen und Abbildungen — Gruppen — Ringe und Körper — Vektorräume — ZORNsches Lemma	
Anhang II . . . . .	.196
Ternärkörper — Loops und Doppelloops — Kartesische Gruppen — VEBLEN-WEDDERBURN-Systeme — Fastkörper — Fastkörper-Vektorräume — Alternativkörper	
Literaturangaben . . . . .	.203
Tafel der Axiome . . . . .	.204
Sachverzeichnis . . . . .	.207