

# ANALOGRECHNEN

*Eine Einführung*

VON

**Dr. JOSEF HEINHOLD**

O. PROFESSOR AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE MÜNCHEN

UND

**Dr. ULRICH KULISCH**

O. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT KARLSRUHE



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM/ZÜRICH

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

## INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort . . . . .	5
Inhaltsverzeichnis . . . . .	7
Einleitung . . . . .	11
Über die Arbeitsweise des Analogrechners . . . . .	14
Zur historischen Entwicklung . . . . .	19

### I. Kapitel

Die Grundlagen des Analogrechnens . . . . .	21
1. Lineare Rechenelemente . . . . .	21
1.1 Potentiometer . . . . .	21
1.2 Summierer . . . . .	24
1.3 Integrierer . . . . .	27
1.4 Einfache Schaltungen mit linearen Rechenelementen . . . . .	31
1.5 Beispiel . . . . .	33
1.6 Der offene Verstärker . . . . .	37
2. Nichtlineare Rechenelemente . . . . .	38
2.1 Servofunktionsgeber . . . . .	39
2.2 Elektronische Funktionsgeber . . . . .	39
2.3 Multiplizierer . . . . .	41
2.4 Integration nach einer zeitabhängigen Variablen . . . . .	42
Beispiel . . . . .	43
2.5 Spezielle Funktionsgeber . . . . .	47
Beispiel . . . . .	48
2.6 Komparatoren . . . . .	50
2.7 Umkehrfunktion, implizite Funktion, Quotient, Quadratwurzel . . . . .	51
Beispiel . . . . .	54
3. Skalierung und Programmierung . . . . .	57
3.1 Skalierung . . . . .	57
3.2 Programmierung . . . . .	60

3.3	Beispiel . . . . .	.61
3.4	Aufgabe (Konservative Schwingungen). . . . .	.63
3.5	Aufgabe (Selbsterregte Schwingungen). . . . .	.69

## II. Kapitel

Steuerung des Rechenablaufes. . . . .	.75
1. Rechenzustände eines Integrierers. . . . .	.76
2. Einfaches Analogrechnen. . . . .	.78
2.1 Repetierendes Rechnen. . . . .	.78
2.2 Einmaliges Rechnen. . . . .	.79
2.3 Rechnen mit periodischem Halt. . . . .	.80
3. Umwandlungselemente und Verknüpfungsglieder . . .	81
4. Iteratives Rechnen. . . . .	.85
4.1 Gruppeneinteilung der Integrierer. . . . .	.85
4.2 Externe Steuerung. . . . .	.86
4.3 Phasensteuerung. . . . .	.87
4.4 Uhrsteuerung. . . . .	.90
4.5 Iterative Steuerung. . . . .	.91
5. Einfache Beispiele für iterativ gesteuerte Rechen- schaltungen. . . . .	.93
5.1 Taktspeicher. . . . .	.93
5.2 Erzeugung einer Kurvenschar. . . . .	.94
5.3 Zählschaltung. . . . .	.96
5.4 Maximumfunktion. . . . .	.97
5.5 Erzeugung von $F(T)$ und $F(T - z)$ . . . . .	.99
5.6 Berechnung der Extremstellen einer Funktion . . . .	.99
6. Abtastschaltungen. . . . .	.101
6.1 Näherungsweise Erzeugung von $Y(T) = F(X(T))$ . . .	.101
6.2 Näherungsweise Erzeugung von $X(T) \cdot Y(T)$ und $X(T) : Y(T)$ . . . . .	.103
6.3 Näherungsweise Koordinatenumwandlung . . . . .	.103

## III. Kapitel

Einige Anwendungen in der Numerischen Mathematik . . . .	107
1. Behandlung von Randwertproblemen . . . . .	.107
1.1 Das Probiervverfahren. . . . .	.108
Beispiele. . . . .	.108

1.2	Iterative Behandlung von Randwertproblemen . . . .	111
1.3	Verallgemeinerung auf den Fall mehrerer fehlender Anfangswerte. . . . .	115
1.4	Das Einschwingverfahren. . . . .	117
	Beispiel . . . . .	119
1.5	Lineare Randwertprobleme. . . . .	122
	Beispiel . . . . .	125
1.6	Eigenwertprobleme. . . . .	128
	Beispiel. . . . .	131
2.	Lineare algebraische Gleichungen. . . . .	135
2.1	Gesamtschritt verfahren. . . . .	136
2.2	Einzelschrittverfahren. . . . .	138
2.3	Konvergenzkriterien für die Iterationsverfahren. . . .	140
2.4	Iteration bei allgemeinen linearen Gleichungssystemen. . . . . .	144
2.5	Gleichungssysteme mit variablen Koeffizienten . . . .	148
2.6	Behandlung eines linearen Gleichungssystems mittels eines linearen Differentialgleichungssystems. . . . .	148
2.7	Der allgemeine Fall . . . . .	151
2.8	Berechnung der Inversen einer Matrix. . . . .	152
3.	Konforme Abbildung. . . . .	153
3.1	Ebene Abbildungen. . . . .	153
3.2	Konforme Abbildungen durch analytische Funktionen einer komplexen Veränderlichen. . . . .	154
3.2.1	Konforme Abbildung durch explizit gegebene Funk- tionen . . . . .	155
3.2.2	Konforme Abbildung durch analytische Lösungen ge- wöhnlicher Differentialgleichungen im Komplexen . . .	159
	Beispiele. . . . .	165
4.	Nullstellenbestimmung. . . . .	173
4.1	Nullstellenbestimmung bei reellen Funktionen . . . .	173
4.2	Nullstellenbestimmung bei holomorphen Funktionen. .	175
4.3	Nullstellenbestimmung bei komplexen Polynomen . . .	177
4.4	Vereinfachung der Rechenschaltung . . . . .	181
5.	Partielle Differentialgleichungen. . . . .	183
5.1	Differenzenmethoden bei Partiellen Differentialglei- chungen. . . . .	183
5.1.1	Das Anfangsrandwertproblem bei der Wärmelei- tungsgleichung . . . . .	183

5.1.2	Diskretisierung in der $t$ -Richtung . . . . .	.190
5.1.3	Das Differenzenverfahren bei der Wellengleichung . . . . .	.192
5.2	Integration überbestimmter Systeme partieller Differentialgleichungen. . . . .	.193
6.	Die Konstruktion von Beträgsflächen von Funktionen einer komplexen Veränderlichen. . . . .	.198
	Beispiel . . . . .	.205
7.	Behandlung von Optimierungsproblemen. . . . .	.207
7.1	Eine Abtastmethode zur Optimierung einer Funktion in einem zulässigen Bereich . . . . .	.207
	Beispiel. . . . .	.210
7.2	Die Gradientenmethode für die allgemeine Optimierungsaufgabe. . . . .	.211
	Beispiele. . . . .	.216
7.3	Lineare Optimierung. . . . .	.218
7.4	Parametrische Optimierung . . . . .	.224
	Beispiel . . . . .	.224
7.5	Zeitabhängige Optimierung. . . . .	.226
8.	Anwendungen des Analogrechners in der Variationsrechnung . . . . .	.227
9.	Dynamische Optimierung. . . . .	.231
10.	Wartezeitprobleme. . . . .	.238
	Register. . . . .	.242