

FEHLER-
UND
AUSGLEICHSRECHNUNG

VON

ERWIN HARDTWIG
PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM
HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	5
KAPITEL I	
Grundbegriffe. Der durchschnittliche, mittlere und wahrscheinliche Fehler als indirekte Genauigkeitsmaße	
1. Überschüssige Beobachtungen. Regelmäßige und zufällige Fehler.	9
2. Einseitig wirkende Fehler und zufällige Fehler im engeren Sinn	11
3. Der Begriff der Meßgenauigkeit. Der durchschnittliche Fehler. Erster Hinweis auf das arithmetische Mittel.	13
4. Der mittlere Fehler.	17
5. Der wahrscheinliche Fehler.	19
6. Das Fortpflanzungsgesetz für den mittleren Fehler.	21
KAPITEL II	
Einfaches und allgemeines arithmetisches Mittel. Mittlere Fehler. Ausgleichung von Beobachtungen einer einzigen Meßgröße	
1. Das einfache arithmetische Mittel.	34
2. Einführung der Gewichte an Hand eines mechanischen Modells. Allgemeines arithmetisches Mittel.	39
3. Weiteres zum allgemeinen arithmetischen Mittel. Beziehung zwischen Gewicht und mittlerem Fehler.	43
4. Berechnung des Gewichtseinheitsfehlers. Mittlerer Fehler der Einzelbeobachtung und des arithmetischen Mittels.	46
5. Zusammenfassung der Ergebnisse über die direkten Beobachtungen einer unbekanntenen Meßgröße.	50
6. Allgemeines Ausgleichsprinzip: kleinster Wert für die Summe der Fehlerquadrate.	52
KAPITEL III	
Die Fehlergesetze und ihre Anwendung auf die Definition der Genauigkeitsmaße	
1. Fehlerverteilung und Fehlergesetz.	56
2. Grundsätzliche Form des Fehlergesetzes.	69
3. Elementarfehler und zusammengesetzte Fehler. Möglichkeit der Herleitung der Gaußschen Fehlerfunktion aus Elementarfehlern.	73
4. Ableitung des Gaußschen Fehlergesetzes aus dem arithmetischen Mittel.	88

5. Die willkürlichen Konstanten in der Gaußschen Fehlerfunktion	97
6. Fehlerfunktion und Genauigkeitsmaße103
7. Beziehungen der Genauigkeitsmaße untereinander.106

KAPITEL IV

Bestimmung mehrerer unbekannter Meßgrößen durch vermittelnde Beobachtungen. Elementenausgleichung

1. Formulierung der Aufgabe.112
2. Gang der Lösung der Ausgleichaufgabe.115
3. Vereinfachte Auflösung der Normalgleichungen durch Einführen einer Näherung118
4. Nichtlineare Beziehungen.121
5. Mittlere Fehler der ausgeglichenen Werte der Unbekannten .	123
6. Mittlerer Gewichtseinheitsfehler bei mehreren Unbekannten .	129
7. Der GATRSSsche Algorithmus zur Auflösung der Normalgleichungen.134
8. Berechnung der Fehlerquadratsumme [vv] im Zusammenhang mit der GAUSSschen Elimination. Rechenkontrolle über [w] .	137
9. Berechnung der Gewichtskoeffizienten sowie der übrigen Größen Q140
10. Rechenkontrollen.144
11. Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen von ungleichem Gewicht.147
12. Mittlerer Fehler einer Funktion der ausgeglichenen Werte . .	149
13. Berechnung des Funktionswertes F aus Näherungswerten für die Unbekannten152
14. Die Methode der kleinsten Quadrate liefert für die Unbekannten Werte mit kleinsten mittleren Fehlern.154

KAPITEL V

Ausgleichung bedingter Beobachtungen.

Korrelatenausgleichung

1. Begriff der bedingten Beobachtungen.159
2. Zurückführung der Ausgleichung bedingter Beobachtungen auf die Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen	160
3. Ausgleichung bedingter Beobachtungen durch Korrelaten . .	162
4. Korrelatenausgleichung bei ungleichen Gewichten.164
5. Bestimmung des mittleren Fehlers einer Funktion der ausgeglichenen Werte der Unbekannten durch Korrelaten.168
6. Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen mit Bedingungs- gleichungen.173

7. Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen mit Bedingungs- gleichungen nach Korrelaten.	175
8. Der mittlere Fehler bei der Ausgleichung vermittelnder Beob- achtungen mit Nebenbedingungen.	182
9. Fehlergleichungen, in denen Beobachtungsdifferenzen auftreten	185
10. Fehlergleichungen, in denen mehrere Beobachtungen auftreten	187

KAPITEL VI

Behandlung von einfachen geodätischen Aufgaben

1. Ausgleichung von Höhenunterschieden (Nivellementaus- gleichung).	190
2. Ausgleichung von Horizontalwinkeln (Stationsausgleichung) .	193
3. Ausgleichung von Horizontalwinkeln nach vermittelnden Be- obachtungen.	197
4. Ausgleichung von Horizontalwinkeln nach bedingten Beobach- tungen.	199

KAPITEL VII

Beispiele

1. Beispiel: Berechnung des durchschnittlichen, mittleren und wahrscheinlichen Fehlers (Zu Kap. I, Abschnitt 5).	203
2. Beispiel: Kreis durch mehr als drei Punkte der Ebene (Zu Kap. IV, Abschnitt 2).	205
3. Beispiel: Normalverteilung der erdmagnetischen Horizontal- intensität eines Landes (Zu Kap. IV, Abschnitt 3).	208
4. Beispiel: Ermittlung des Hypozentrums eines Erdbebens nach dem Verfahren von P. Caloi (Zu Kap. IV, Abschnitt 4)	214
5. Beispiel: Die Schwereformel von Heiskanen (Zu Kap. IV, Ab- schnitt 9, 10).	219
6. Beispiel: Berechnung der Gewichtskoeffizienten (Zu Kap. IV, Abschnitt 9, 10 und Beispiel 5).	229
7. Beispiel: Die mittleren Fehler der Koeffizienten der Schwere- formel von W. Heiskanen (Zu Kap. IV, Abschnitt 12)	231
8. Beispiel: Ausgleichung der Winkel eines Dreiecks (Zu Kap. V, Abschnitt 2).	233
9. Beispiel: Ausgleichung der Winkel eines Dreiecks bei ungleich genauen Winkelbeobachtungen (Zu Kap. V, Abschnitt 4) . .	234
10. Beispiel: Ausgleichung der Winkel und Seiten eines ebenen Dreiecks (Zu Kap. V, Abschnitt 4, 5).	237
Historisches.	245
Namensregister.	259
Sachregister.	261