

DETERMINANTEN UND MATRIZEN

VON

A. C. AITKEN

M.A., D.Sc, F.R.S.

PROFESSOR OF MATHEMATICS IN THE
UNIVERSITY OF EDINBURGH



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM/ZÜRICH

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

INHALTSVERZEICHNIS

KAPITEL I

Definitionen und grundlegende Operationen mit Matrizen

1. Einleitung	9
2. Lineare Gleichungen und Transformationen	9
3. Die Bezeichnung der Matrizen	11
4. Matrizen, Zeilenvektoren, Spaltenvektoren, Skalare	12
5. Die Operationen der Matrizenalgebra	13
6. Matrizenmultiplikation. Links- und Rechtsmultiplikation	15
7. Produkte von drei und mehr Matrizen	18
8. Transposition: Vertauschen von Zeilen und Spalten	21
9. Die Transponierte eines Produktes: die Umkehrregel	23
10. Darstellung algebraischer Ausdrücke und Beziehungen in Matrizenschreibweise	24
11. Zerlegte Matrizen und ihre Multiplikation	27

KAPITEL II

Definition und Eigenschaften der Determinanten

12. Lösung von Gleichungssystemen	32
13. Haupteigenschaften der Determinanten	33
14. Inversionen, Transpositionen, gerade und ungerade Permutat- tionen	34
15. Definition und Bezeichnungen der Determinanten	34
16. Die Identität der Klassen konjugierter Permutationen	38
17. Grundlegende Eigenschaften der Determinanten	40
18. Die Unzerlegbarkeit einer Determinante	41
19. Verschiedene Darstellungsformen einer Determinante	42
20. Praktische Berechnung von Determinanten durch Verdichtung	49

KAPITEL III

Die adjungierte und die inverse Matrix. Lösung linearer Gleichungssysteme. Ranu und lineare Abhängigkeit

21. Die adjungierte Matrix einer quadratischen Matrix	54
22. Lösung linearer Gleichungen im regulären Fall	57
23. Die Umkehrregel für die Inverse einer Produktmatrix	59

24. Orthogonale und unitäre Matrizen	59
25. Die Lösung homogener linearer Gleichungssysteme	61
26. Rang und Exzeß einer Matrix	62
27. Lineare Abhängigkeit von Funktionen, Vektoren und Matrizen	63
28. Bedingungen für die Lösbarkeit homogener Gleichungssysteme	64
29. Zurückführung einer Matrix auf eine äquivalente Form	67
30. Verträglichkeit und Lösung inhomogener Gleichungen	70

KAPITEL IV

Cauchysche und Laplacesche Entwicklung. Multiplikationssätze

31. Entwicklung einer Determinante nach den Elementen einer Zeile und einer Spalte.	75
32. Komplementäre Unterdeterminanten: algebraische Komplemente oder Adjunkten	76
33. Die Laplacesche Entwicklung einer Determinante.	78
34. Multiplikation von Determinanten.	80
35. Verallgemeinerung der Laplaceschen und der Cauchyschen Entwicklung	81
36. Die Determinante eines Produktes rechteckiger Matrizen... .	84
37. Die Entwicklung einer Determinante nach Diagonalelementen	87

KAPITEL V

Abgeleitete Matrizen und Determinanten. Dualitätssätze

38. Ableitung und adjungierte Ableitung einer Matrix	90
39. Der Satz von BINET-CAUCHY über das Produkt abgeleiteter Matrizen	92
40. Die inverse Matrix einer regulären abgeleiteten Matrix	94
41. Aussagen über den Rang einer Matrix mit Hilfe abgeleiteter Matrizen.	95
42. JACOBIS Satz über die Unterdeterminante der adjungierten Matrix.	96
43. Der Satz von FRANKE über die Unterdeterminante einer abgeleiteten Determinante.	99
44. Die gemischten Ableitungen von BAZIN und REISS.	100
45. Komplementäre Identitäten: erweiterte Identitäten.	102
46. Entwicklungen von Quotienten von Determinanten nach SCHWEINS.	106

KAPITEL VI

*Spezielle Determinanten: Alternanten, persymmetrische, bigradiente und
zentralsymmetrische Determinanten, Jacobische, Hessesche und
Wronskische Determinanten*

47. Alternierende Matrizen und Determinanten.110
48. Symmetrische Grundfunktionen und vollständige homogene symmetrische Funktionen.112
49. Die bialternierenden symmetrischen Funktionen von JACOBI .	114
50. Konfluente oder differenzierte Alternanten.117
51. Persymmetrische, zirkulante und zentralsymmetrische Typen .	120
52. Dialytische Elimination. Bigradiente Matrix.124
53. Kontinuante Matrizen und Kontinuanten.125
54. Jacobische, Hessesche und Wronskische Matrizen.126
<i>Weitere Beispiele.</i>132
<i>Register.</i>140