

Mathematik für Naturwissen- schaftler

von

Prof. Dr. Bartel Leendert van der Waerden

Universität Zürich



Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich
B. I.-Wissenschaftsverlag

INHALTSVERZEICHNIS

1. Teil: Analytische Geometrie und Vektorrechnung	11
Kapitell: Analytische Geometrie in der Ebene.11
§ 1 Parallelkoordinaten11
§ 2 Rechnerische Lösung geometrischer Probleme in Parallelkoordinaten.14
a) Geradengleichung — b) Abstand zweier Punkte in Cartesischen Koordinaten — c) Gleichung eines Kreises in Cartesischen Koordinaten — d) Winkel zwischen zwei Geraden in Cartesischen Koordinaten	
§ 3 Polarkoordinaten22
a) Definition — b) Transformation von Cartesischen in Polarkoordinaten und umgekehrt	
§ 4 Transformation der Koordinaten eines festen Punktes bei Verschiebung des Koordinatensystems	24
§ 5 Die Gleichungen der Kegelschnitte25
a) Ellipse — b) Hyperbel — c) Parabel — d) Kegelschnitte in allgemeiner Lage	
Kapitel II: Vektorrechnung	32
§ 6 Definitionen32
a) Parallelkoordinaten im Raum — b) Freie Vektoren — c) Addition und Subtraktion von Vektoren — d) Multiplikation von Vektoren mit Zahlen — e) Koordinatendarstellung von Vektoren	
§ 7 Anwendungen, Koordinatentransformationen43
a) Lösung geometrischer Aufgaben — b) Koordinatentransformationen.	
§ 8 Das Skalarprodukt51
a) Definitionen — b) Rechenregeln für das Skalarprodukt — c) Das Skalarprodukt in Koordinatendarstellung	
§ 9 Anwendungen55
a) Betrag eines Vektors — b) Zwischenwinkel zweier Vektoren — c) Orthogonalität zweier Vektoren — d) Ebenen-	

Inhaltsverzeichnis

gleichung — e) Schnittpunkt einer Ebene und einer Geraden	
10 Das Vektorprodukt	„58
a) Definition — b) Rechenregeln — c) Koordinatendarstellung des Vektorprodukts	
11 Anwendungen!	61
a) Bestimmungen der magnetischen Feldstärke — b) Darstellung der Ebene — c) Flächenberechnung von Dreiecken und Parallelogrammen — d) Das Dreierprodukt $(u \times v) \cdot w$	
2. Teil: Differential- und Integralrechnung	68
Kapitel III: Reelle und komplexe Zahlen	68
§ 12 Die reellen Zahlen	68
a) Einführung — b) Größer und kleiner — c) Anwendung: Das arithmetische und das geometrische Mittel	
§ 13 Die komplexen Zahlen	72
a) Definitionen — b) Darstellung komplexer Zahlen in Polarkoordinaten — c) Multiplikation und Division — d) Anwendungen .	
§ 14 Permutationen, Kombinationen, Variationen	84
a) Definitionen — b) Anwendung: Die Binomialformel von - Newton	
Kapitel IV: Differentialrechnung	8
§ 15 Der Limesbegriff, Stetigkeit	88
a) Limes einer Folge - b) Limites von Funktionen - c) Stetigkeit	
§ 16 Der Differentialquotient	101
a) Definition — b) Differenzierbarkeit — c) Beispiele — d) Höhere Ableitungen	
§ 17 Differentiationsregeln	107
a) Allgemeine Differentiationsregeln — b) Annäherung einer Funktion durch eine lineare Funktion — c) Die Kettenregel - d) Umkehrfunktion — e) Zusammenfassung der wichtigsten Differentiationsregeln	
§ 18 Maxima und Minima	120

Kapitel V: Integralrechnung127
§ 19 Das unbestimmte Integral127
a) Einleitung und Definition — b) Spezielle Integrationsregeln — c) Allgemeine Integrationsregeln	
§ 20 Die Substitutionsregel und ihre Anwendungen133
a) Substitutionsregel — b) Weitere Anwendungen und „Kochrezepte“ zur Berechnung unbestimmter Integrale	
§ 21 Der Hauptsatz der Integralrechnung141
§ 22 Das bestimmte Integral einer Funktion147
§ 23 Der natürliche Logarithmus150
a) Definition — b) Eigenschaften der Logarithmusfunktion — c) Anwendungen	
§ 24 Die Exponentialfunktion157
a) Definition - b) Eigenschaften der Exponentialfunktion — c) Potenzen mit reellen Exponenten - d) Die Zahl e — e) Gewöhnliche Logarithmen — f) Anwendungen	
§ 25 Die Integration von rationalen Funktionen und Quadratwurzeln162
a) Allgemeine Lösungsmethode: Partialbruchzerlegung — b) Quadratwurzeln aus rationalen Funktionen	
Kapitel VI: Gewöhnliche Differentialgleichungen.176
§ 26 Differentialgleichungen erster Ordnung177
a) Allgemeine Lösungsmethoden — b) Zwei Beispiele aus der Chemie: Reaktionskinetik	
§ 27 Differentialgleichungen zweiter Ordnung189
§ 28 Anwendungen199
a) Theorie der elektromagnetischen Schwingungen - b) Erzwungene Schwingung in der Mechanik	
Kapitel VII: Funktionen von mehreren Variablen.204
§ 29 Partielle und totale Differentiation204
a) Partielle Ableitungen — b) Totale Differenzierbarkeit — c) Die Regel für totale Differentiation — d) Höhere partielle Ableitungen — e) Anwendungen	
§ 30 Integration von Funktionen von mehreren Variablen	214

§ 31 Die Berechnung von Doppelintegralen und dreifachen Integralen217
§ 32 Integration in Polarkoordinaten228
§ 33 Anwendungen231
a) Bestimmung von Schwerpunkten — b) Bestimmung von Trägheitsmomenten — c) Berechnung der Bogenlänge einer Kurve	
Kapitel VIII: Unendliche Reihen237
§ 34 Die Summe einer unendlichen Reihe237
§ 35 Konvergenzkriterien für Reihen mit positiven Gliedern239
a) Hauptkriterium — b) Vergleichskriterium — c) Quotientenkriterium — d) Spezialfall des Quotientenkriteriums — e) Integralvergleichskriterium — f) Divergenzkriterien	
§ 36 Konvergenzkriterien für Reihen mit beliebigen Gliedern246
a) Hauptkriterium — b) Vergleichskriterium - c) Quotientenkriterium - d) Spezialfall — e) Konvergenz alternierender Reihen	
§ 37 Integration von unendlichen Reihen250
§ 38 Die Taylorsche Reihe255
3. Teil:260
Kapitel IX: Fehlerrechnung und mathematische Statistik260
§ 39 Die Lehre von den Beobachtungsfehlern und den zufälligen Größen260
a) Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit — b) Zufällige Größen - c) Verteilungsfunktion — d) Mittel und Mittelwert — e) Wahre und empirische Standardabweichung — 0 Schwankungen eines gemessenen Mittels — g) Prüfung einer Differenz — Vertrauensgrenzen für unbekannte Wahrscheinlichkeiten - i) Vergleich zweier Häufigkeiten. Die χ^2 -Methode — k) Seltene Ereignisse — l) Die χ^2 -Methode in der Biologie — m) Ergänzungen zur Fehlerrechnung	