

# STATISTISCHE METHODEN DER REGELUNGSTECHNIK

Dr. Herbert Schutt

o. Professor an der Universität Erlangen-Nürnberg

und

Dipl.-Ing. Franz Dittrich

Oberassistent an der Universität Erlangen-Nürnberg



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM/WIEN/ZÜRICH

**BI** WISSENSCHAFTSVERLAG

## INHALT

Einleitung	10
I. <i>Signalkenngrößen im Zeitbereich</i>	11
1. Zufallsvariable und ihre statistische Kennzeichnung	12
2. Stochastische Prozesse	15
2.1 Stationäre Prozesse	16
2.2 Ergodische Prozesse	19
2.3 GAUSSverteilte Prozesse	20
3. Einfache zeitliche Mittelwerte	22
4. Die Autokorrelationsfunktion	23
4.1 Eigenschaften der Autokorrelationsfunktion	24
4.2 Grundsätzliches zur Messung der Autokorrelationsfunktion	27
4.3 Autokorrelationsfunktion bei vorgegebenem linearen Mittelwert	28
4.4 Autokorrelationsfunktionen für deterministische Signale	29
5. Die Kreuzkorrelationsfunktion	31
5.1 Eigenschaften der Kreuzkorrelationsfunktion	32
5.2 Beispiele für spezielle Kreuzkorrelationsfunktionen	34
6. Signalauffindung durch Korrelation	35
7. Kreuzkorrelation mit Modellfunktionen	36
7.1 Beispiel für eine Modellkorrelation	37
II. <i>Signalkenngrößen im Frequenzbereich</i>	40
1. Allgemeines zur FOURIER-Transformation	40
2. Die spektrale Leistungsdichte	44
2.1 Die Transformation von WIENER und KHINTCHINE	45
2.2 Konvergenz und Ensemble-Definition der spektralen Leistungsdichte	46
2.3 Definition einer „individuellen“ Leistungsdichte als Ableitung des integrierten Spektrums	49
2.4 Ableitung einer Meßvorschrift für Leistungsdichtespektren	51
2.5 Zusammenfassung	53
3. Beispiele für die Berechnung von Leistungsspektren	54
4. Allgemeine Eigenschaften von Leistungsdichtespektren	57

III. Zusammenhänge mit der Systemtheorie. . . . .	58
1. Verknüpfungen mit den Autokorrelationsfunktionen und Wirkleistungsspektren. . . . .	59
2. Übertragungsgleichungen mit Phaseninformation . . . . .	60
3. Korrelationsfunktionen und Leistungsdichtespektren in geschlossenen Regelkreisen. . . . .	63
3.1 Zusammenhang mit den Korrelationsfunktionen . . . . .	63
3.2 Berechnung von Leistungsdichtespektren im Regelkreis . . . . .	64
3.3 Beispiel eines einläufigen Regelkreises mit stochastischen Signalen. . . . .	67
IV. Statistische Systemanalyse. . . . .	71
1. Analyse durch Korrelationsmessungen. . . . .	71
2. Analyse im Frequenzbereich. . . . .	75
V. Filterung von Rauschsignalen. . . . .	77
1. Formfilter mit minimaler Phasendrehung. . . . .	77
1.1 Eine HILBERT-Transformation. . . . .	79
1.2 Beispiele für einfache Formfilter. . . . .	82
2. Nicht-Phasenminimum-Systeme als Formfilter. . . . .	84
2.1 Beispiel für ein Formfilter mit Allpaßanteil . . . . .	86
3. Äquivalenztheorem für Rauschsignale und deterministische Impulse. . . . .	87
3.1 Ein Beispiel für äquivalente Signale. . . . .	90
3.2 Die Anwendung des Äquivalenztheorems bei der Parameteroptimierung stochastisch gestörter Regelkreise . . . . .	91
3.3 Ein Beispiel für die Parameteroptimierung einer stochastisch gestörten Strecke 3. Ordnung . . . . .	95
4. System-Differentialgleichungen für Korrelationsfunktionen . . . . .	98
4.1 Ableitungen im Zeitbereich und im Korrelationsbereich . . . . .	98
4.2 Berechnung der Kreuzkorrelationsfunktion. . . . .	100
4.3 Berechnung der Autokorrelationsfunktion des Ausgangssignals. . . . .	102
VI. WIENERsche Optimalfilter. . . . .	105
1. Bestimmung des Fehlers $e(t)$ als Funktion von $x(t)$ , $s(t)$ und $G(t)$ . . . . .	106
2. Berechnung des mittleren quadratischen Fehlers. . . . .	106
3. Die Variationsaufgabe. . . . .	107
4. Lösung der WIENER-HOPFschen Integralgleichung . . . . .	109
5. Interpretation der WIENER-HOPFschen Integralgleichung . . . . .	112

6. Berücksichtigung eines Störsignals. . . . .	.114
7. Ausführliche Behandlung eines Beispiels. . . . .	.115
VII. <i>Erweiterung der WIENERSchen Theorie für aperiodische Nutzsignale.</i> . . . .	.122
1. Problemstellung und Formulierung der Variationsaufgabe	122
2. Lösung der Variationsaufgabe im Frequenzbereich . . .	123
3. Entwurf eines automatischen Nachstimmfilters zum Empfang von Satelliten-Signalen als Beispiel zur WIENERSchen Theorie für aperiodische Nutzsignale. . . . .	.126
3.1 Die Aufgabenstellung. . . . .	.127
3.2 Entwicklung des Folgesystems. . . . .	.129
3.3 Berechnung des optimalen Frequenzgangs $H(w)$ . . .	134
3.4 Praktische Realisierung des Optimalfilters. . . . .	.138
VIII. <i>Nichtlineare Systeme mit stochastischen Eingangssignalen</i> . .	140
1. Zum Verhalten nicht rückgekoppelter Systeme. . . . .	.140
2. Die äquivalente Verstärkung für stochastische Signale . .	141
2.1 Die allgemeine Form. . . . .	.141
2.2 Spezielle Form der äquivalenten Verstärkung für normalverteilte Signale. . . . .	.143
3. Beispiele für äquivalente Verstärkungen. . . . .	.144
3.1 Verzögerungsfreier Zweipunktregler. . . . .	.144
3.2 Symmetrischer Begrenzer. . . . .	.145
3.3 Verzögerungsfreier Dreipunktschalter. . . . .	.145
3.4 Tote Zone und Vorlast. . . . .	.146
3.5 Normierte Darstellungen. . . . .	.147
4. Zum Verhalten geschlossener Regelkreise. . . . .	.148
4.1 Die Bedeutung normalverteilter Signale. . . . .	.148
4.2 Analytische Behandlung geschlossener Regelkreise . .	150
4.3 Berechnung der Gesamtleistung am Ausgang der Nichtlinearität . . . . .	.151
5. Beispiele für geschlossene Regelkreise. . . . .	.152
5.1 Folgesystem mit begrenztem Eingangssignal für das Stellglied. . . . .	.152
5.2 Folgesystem mit Dreipunktregler. . . . .	.155
5.3 Verzögert integrierendes System mit verschiedenen Nichtlinearitäten. . . . .	.158
5.4 Führungsverhalten und Störverhalten eines Regelkreises	162
Literaturverzeichnis. . . . .	.163
Sachwortverzeichnis. . . . .	.165