

Lineare Algebra I

von

Falko Lorenz

Professor an der

Universität Münster



Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich
B. I.-Wissenschaftsverlag

Inhaltsverzeichnis

Kapitel I: Lineare Gleichungssysteme

§1	Zwei lineare Gleichungen in zwei Unbekannten	1
§2	Grundbegriffe für lineare Gleichungssysteme	4
§3	Elementare Umformungen linearer Gleichungssysteme und elementare Zeilenumformungen von Matrizen	8
§4	Rechenverfahren zur Lösung homogener und inhomogener Gleichungssysteme	16
§5	Zwei Problemstellungen	21

Kapitel II: Vektorräume

§1	Der Begriff eines Körpers	23
§2	Definition eines Vektorraumes; Begriff der Basis eines Vektorraumes	27
§3	Linearkombinationen von Vektoren; Begriff der Basis eines Vektorraumes	31
§4	Über die Existenz von Basen in beliebigen Vektorräumen; lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit	39
§5	Der Rang eines endlichen Systems von Vektoren; Rangbestimmung mittels elementarer Umformungen	46
§6	Dimension von Vektorräumen; der Basisergänzungssatz	51
§7	Elementare Umformungen und der Rang von Matrizen (Lösung von Problem 1 aus Kap. I)	58
§8	Anwendungen auf lineare Gleichungssysteme (Lösung von Problem 2 aus Kap I)	65

Kapitel III: Lineare Abbildungen

§1	Der Begriff einer linearen Abbildung; Homomorphismus und Isomorphismus von Vektorräumen	69
§2	Die Dimensionsformel für lineare Abbildungen	78
§3	Vektorräume linearer Abbildungen	83
§4	Lineare Abbildungen und Matrizen	87
§5	Isomorphismen von Vektorräumen und Basiswechsel	104
§6	Die lineare Gruppe $GL(V)$ eines Vektorraumes	115

Kapitel IV: Determinanten

§ 1	Der Begriff einer Determinantenfunktion	133
§ 2	Entwicklung nach der letzten Zeile und der Existenzbeweis für Determinantenfunktionen	138
§ 3	Grundeigenschaften der Determinante	144
§ 4	Zur Berechnung von Determinanten (Beispiele)	153
§ 5	Die Darstellung der Determinante einer Matrix nach Leibniz	157
§ 6	Alternierende Multilinearformen	162
§ 7	Determinante und Spur von Endomorphismen endlichdimensionaler Vektorräume	171
§ 8	Anhang: Determinanten über kommutativen Ringen	174

Kapitel V: Eigenvektoren und das charakteristische Polynom eines Endomorphismus

§ 1	Polynome	182
§ 2	Der Begriff des Eigenwertes bei Endomorphismen von Vektorräumen	191
§ 3	Diagonalisierbare Endomorphismen	203
§ 4	Der Satz von Cayley-Hamilton und der Begriff des Minimalpolynoms	209
§ 5	Trigonalisierbare Endomorphismen	216
	Register	221

Lineare Algebra II

von

Falko Lorenz

Professor an der

Universität Münster



Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich
B. I.-Wissenschaftsverlag

Inhaltsverzeichnis

Kapitel VI: Linear- und Bilinearformen

§1	Linearformen	1
§2	Lineare Gleichungssysteme (eine Zusammenfassung)	10
§3	Bilinearformen	13

Kapitel VII: Quadratische Formen

§1	Zum Begriff einer quadratischen Form	31
§2	Existenz von Orthogonalbasen, das Klassifikationsproblem quadratischer Formen und der Witt'sche Kürzungssatz	35
§3	Isotrope Vektoren	45
§4	Spiegelungen und orthogonale Gruppe	51
§5	Quadratische Formen über \mathbb{R}	61

Kapitel VIII: Euklidische und unitäre Räume

§1	Der Begriff eines euklidischen Vektorraumes	77
§2	Der Spektralsatz für euklidische Vektorräume: Hauptachsentransformation	80
§3	Hermite'sche Formen und der Begriff eines unitären Vektorraumes	102
§4	Spektraltheorie in unitären Vektorräumen	117
§5	Anwendung der unitären Spektraltheorie auf euklidische Vektorräume	127

Kapitel IX: Allgemeine Klassifikation der Endomorphismen eines n -dimensionalen Vektorraumes

§1	Elementare Teilbarkeitslehre	134
§2	Äquivalenz der charakteristischen Matrizen	142
§3	Der Invariantenteilersatz	148
§4	Normalformen	155
§5	Zerlegung in zyklische Teilräume in bezug auf einen Endomorphismus	165

Kapitel X: Eine kleine A ufgabensammlung der Linearen A lgebra

§1	Aufgaben zu Kap.I: Lineare Gleichungssysteme	171
§2	Aufgaben zu Kap.II: Vektorräume	173
§3	Aufgaben zu Kap.III: Lineare Abbildungen	176
§4	Aufgaben zu Kap.IV: Determinanten	180
§5	Aufgaben zu Kap.V: Eigenvektoren und das charakteristische Polynom eines Endomorphismus	183

§6	Aufgaben zu Kap. VI: Linearformen und Bilinearformen	186
§7	Aufgaben zu den Kap.VII und VIII: Quadratische Formen, Euklidische und unitäre Räume	187
§8	Aufgaben zu Kap.IX: Allgemeine Klassifikation der Endo- morphisamen eines n-dimensionalen Vektorraumes	189
	Literaturhinweise	190
	Stichwortverzeichnis	191