

Vorlesungen zur höheren Mathematik

**Band 2: Integralrechnung, Lineare Algebra,
Vektorrechnung**

von

Prof. em. Dr. Johannes Weissinger

Universität Karlsruhe



Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich
B. I.-Wissenschaftsverlag

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

I. INTEGRALRECHNUNG	Seite
1. DAS BESTIMMTE INTEGRAL	1
a) Flächeninhalt und Riemannscher Integralbegriff	1
b) Einfache Sätze und Rechenregeln	9
c) Anwendungen des Integralbegriffs	11
A) Der Begriff der mechanischen Arbeit	11
B) Die Sektorformel von LEIBNIZ	12
C) Volumenberechnung	13
d) Integration von Folgen und Reihen	14
2. DER FUNDAMENTALSATZ DER INTEGRAL- UND DIFFERENTIALRECHNUNG	15
a) Der Fundamentalsatz	15
b) Anwendungen des Fundamentalsatzes	17
3. DAS UNEIGENTLICHE INTEGRAL	26
a) Der Integrand ist unbeschränkt	27
b) Unendliches Integrationsintervall	32
t. ABSCHÄTZUNG VON SUMMEN DURCH INTEGRALE	38
 II. NÄHERUNGSWEISE DARSTELLUNG VON FUNKTIONEN	 41
1. INTERPOLATION	42
a) Der Hauptsatz und die Formel von NEWTON	42
b) Äquidistante Stützstellen	49
c) Die Formel von LAGRANGE	53
2. DIE TAYLORSCHES FORMEL UND IHRE ANWENDUNGEN	54
a) Die Taylorsche Formel	54
b) Relative Extrema, Wendepunkte	57
c) Unbestimmte Ausdrücke	60
d) Näherungsformeln	66
e) Fehlerrechnung	68
f) Iterative Bestimmung von Nullstellen	71
a) Verfahren von NEWTON	71
ß) Das allgemeine Iterationsverfahren	73

	Seite
3. DIE TAYLORSCHRE REIHE	77
a) Allgemeine Satze	77
b) Methoden und Beispiele zur Taylorentwicklung	81
a) Differenzieren bzw. Integrieren bekannter Reihen	81
B) Reihenentwicklung durch Lösen einer Differentialgleichung	82
y) Rationale Zusammensetzung von Reihen	85
U. FOURIER-REIHEN	89
a) Theorie der Fourierreihen	89
b) Verallgemeinerungen • Beispiele	93
5. PRAKTISCHE INTEGRATION	99
a) Numerische Integration	99
1) Tangenten(trapez)formel	100
2) (Sehnen-)Trapezformel	101
3) SIHPSON-Regel	102
b) Weitere Integrationsmethoden	107
c) Differentiation	108
<u>III. LINEARE ALGEBRA</u>	109
1. NUMERISCHE AUFLÖSUNG LINEARER GLEICHUNGSSYSTEME	109
a) Das Gaußsche Eliminationsverfahren	109
A) n Gleichungen mit n Unbekannten	109
B) m Gleichungen mit n Unbekannten	113
C) Verbesserung der Genauigkeit	114
b) Das Iterationsverfahren	116
2. ALLGEMEINE THEORIE DER SYSTEME LINEARER GLEICHUNGEN	120
a) Vektoren	120
b) Matrizen	125
c) Homogene Gleichungssysteme	129
d) Inhomogene Gleichungssysteme	132
3. DETERMINANTEN	135
a) Definition und Satze	135
b) Die Cramersche Regel	137
c) Der Laplacesche Entwicklungssatz	139
<u>IV. VEKTORRECHNUNG</u>	142
1. VEKTOREN UND IHRE LINEARKOMBINATIONEN	142
a) Geometrische Herleitung des Vektorbegriffes	142
b) Komponentendarstellung	146
c) Punkte (Ortsvektoren)	148
d) Einige Anwendungen	149
1. Gleichung einer Geraden	149
2. Gleichung einer Ebene	150

	Seite
2. DAS SKALARPRODUKT	151
a) Definition und Rechenregeln	151
b) Die Hessesche Normalform der Gleichung einer Ebene (Geraden)	155
c) Der Cosinus-Satz für Dreiecke	160
3. SPATVOLUMEN UND DETERMINANTEN	161
a) Flächeninhalt eines Parallelogramms	161
b) Das Spatvolumen	164
4. DAS VEKTORIELLE (ÄUSSERE) PRODUKT ZWEIER VEKTOREN	166
a) Einführung	166
b) Mehrfache Produkte	170
5. EINIGE ANWENDUNGEN DER VEKTORRECHNUNG	172
a) Koordinatentransformationen	172
b) Einige geometrische Aufgaben	174
V. ANWENDUNGEN DER DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG	175
1. KURVENTHEORIE	175
a) Parameterdarstellung	175
b) Tangente, Normale und Schnittwinkel	181
c) Die Bogenlänge	186
d) Krümmung, Krümmungskreis	191
2. INHALT EBENER FLÄCHEN	195
VI. FUNKTIONEN VON ZWEI UND MEHR VERÄNDERLICHEN	200
1. FUNKTIONEN UND IHRE GEOMETRISCHE VERANSCHAULICHUNG	
a) Geometrische Deutung von $z = f(x,y)$	200
b) Implizite Funktionen • Parameterdarstellung	203
c) Polar- und Zylinderkoordinaten	206
d) Niveaulinien (Höhenlinien)	208
e) Flächen zweiter Ordnung	210
f) Funktionen von drei und mehr Veränderlichen	215
2. STETIGKEIT	215
a) Punktfolgen	215
b) Begriff der Stetigkeit	218
c) Sätze über stetige Funktionen	219
3. DIFFERENTIALRECHNUNG	221
a) Partielle Ableitungen	221
b) Richtungsableitung und Gradient	224
c) Tangentialebene und Normale.	
Totales Differential	229
d) Die Taylorsche Formel	232
e) Auflösung von Gleichungssystemen	234

	Seite
4. IMPLIZITE FUNKTIONEN	238
5. EXTREMA	242
a) Quadratische Formen	242
b) (Freie) Extrema	244
c) Extrema unter Nebenbedingungen	248
REGISTER	257