

Vorlesungen zur höheren Mathematik

Band 3: Gewöhnliche Differentialgleichungen

von

Prof. em. Dr. Johannes Weissinger

Universität Karlsruhe



Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich
B.I.-Wissenschaftsverlag

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

	Seite
EINLEITUNG	1
a) Bezeichnungen und Probleme	1
a) Gewöhnliche Differentialgleichungen	1
b) Partielle Differentialgleichungen	7
b) Ein Beispiel	10
I. DIFFERENTIALGLEICHUNGEN ERSTER ORDNUNG	13
1. LINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN	13
a) Homogene (verkürzte) und inhomogene (unverkürzte) Differentialgleichungen	13
b) Die homogene Differentialgleichung	14
c) Die inhomogene Differentialgleichung	16
d) Lösung durch Einsetzen eines erratenen Lösungstyps	19
e) $s(x) = e^{-x}[\alpha \cos wx - B \sin wx]$	21
f) Das Superpositionsprinzip	23
2. WEITERE ELEMENTAR INTEGRIERBARE TYPEN	24
a) Differentialgleichungen von der Form $y' = g(x) \cdot h(y)$	24
b) Homogene und verwandte Differentialgleichungen	25
c) Die BERNOULLI'sche Differentialgleichung	32
d) Exakte Differentialgleichungen	3t
e) Der integrierende Faktor	37
3. WEITERE LÖSUNGSVERFAHREN	40
a) Das Iterationsverfahren von PICARD-LINDELÖF	40
b) Das Polygonzugverfahren	43
c) Integration durch Reihenentwicklung	43
d) Das RUNGE-KUTTA-Verfahren	19
II. DIFFERENTIALGLEICHUNGEN HÖHERER ORDNUNG UND SYSTEME	54
REDUZIERBARE TYPEN	54
a) Aufgabenstellung	54
b) $F(x, y', y'') = 0$	55
c) $F(y, y', y'') = 0$	57
d) $F(x, y, y') = 0$	58
e) $F(y, xy', x^2 y'') = 0$	59

	Seite
2. BELIEBIGE SYSTEME VON DIFFERENTIALGLEICHUNGEN	60
3. LINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN	64
a) Grundbegriffe	64
b) Lineare Abhängigkeit und WRONSKIsche Determinante	65
c) Die homogene Differentialgleichung	67
d) Die inhomogene Differentialgleichung	69
e) Reduktion der Ordnung	72
 IM. LINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN MIT	
KONSTANTEN KOEFFIZIENTEN	77
 1. DIE DIFFERENTIALGLEICHUNG 2. ORDNUNG	77
a) Die homogene Differentialgleichung	77
b) Die inhomogene Differentialgleichung	81
2. DIE HOMOGENE LINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNG	84
n. ORDNUNG	84
a) Die charakteristische Gleichung	84
b) Lauter verschiedene charakteristische Wurzeln	85
c) Mehrfache charakteristische Wurzeln	87
d) Die EULERSche Differentialgleichung	89
3. DIE INHOMOGENE DIFFERENTIALGLEICHUNG n. ORDNUNG	92
a) $s(x) = P(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_mx^m$	92
b) $s(x) = Ae^{sx}$	93
c) $s(x) = p(x)e$	96
d) Das Superpositionsprinzip	97
4. RAND- UND EIGENWERTPROBLEME	99
5. SYSTEME VON DIFFERENTIALGLEICHUNGEN	104
 R E G I S T E R	107