

Feldtheorie I

von

Gerhard Piefke

o. Prof. an der Technischen Hochschule

Darmstadt

verbesserter Nachdruck



Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich

B. I.-Wissenschaftsverlag

INHALTSVERZEICHNIS

0. VEKTOREN	13
0.1 Definitionen	13
0.2 Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar, Addition und Subtraktion von Vektoren	15
0.3 Das skalare (innere) Produkt zweier Vektoren	16
0.4 Das Vektorprodukt (äußeres Produkt) zweier Vektoren	18
0.5 Spatprodukt, Vertauschungssatz, Entwicklungssatz	20
0.6 Differentiation eines Vektors nach einem Parameter	22
1. DIE MAXWELLSCHEN GLEICHUNGEN	24
1.1 Elektrostatik	24
1.2 Stationäre Strömung, Verschiebungsstrom	29
1.3 Elektromagnetismus	32
1.4 Induktionsgesetz	36
1.5 Die Maxwell'schen Gleichungen für ruhende Medien in Integralform	37
1.6 Die Maxwell'schen Gleichungen für ruhende Körper in Differentialform	39
1.6.1 Rotation (curl)	39
1.6.2 Stokesscher Satz	41
1.6.3 Divergenz	42
1.6.4 Gaußscher Satz	43
1.6.5 Die Maxwell'sche Differentialgleichung für ruhende Medien	45
1.7 Weitere Begriffe und Formeln aus der Vektoranalysis	46
1.7.1 Gradient (grad)	46
1.7.2 Nabla-Operator (∇)	47

Inhaltsverzeichnis

1.7.2.1	Definition und Anwendung	47
1.7.2.2	Koordinatenfreie Definition von V .	50
1.7.3	Höhere Differentialquotienten	51
1.8	Gradient, Divergenz, Rotation, A im krummlinigen orthogonalen Koordinatensystem x_1, x_2, x_3 .	52
1.8.1	Allgemeine Formeln	52
1.8.2	Beispiele	58
1.9	Vektordifferentialoperationen bei Unstetigkeitsflächen im Feld	61
1.10	Greensche Sätze	64
2	POTENTIALFUNKTIONEN, VEKTORPOTENTIAL	66
2.1	Die Differentialgleichung der Potentialfunktion, Beispiele	66
2.1.1	Einige Lösungen von $\nabla^2 \phi = 0$.	66
2.1.2	Potential einer Punktladung	68
2.2	Das Gesetz der ungestörten Superposition	69
2.3	Reziproke Radien (Spiegelung), Influenzproblem	71
2.4	Punktladung gegenüber einem dielektrischen Halbraum	77
2.5	Elektrischer Punktdipol, Kugel im homogenen Feld	80
2.5.1	Elektrischer Punktdipol	80
2.5.2	Leitende Kugel im homogenen Feld	81
2.5.3	Dielektrische Kugel im homogenen Feld.	83
2.6	Die Potentialgleichung in der Ebene, konforme Abbildung	85
2.7	Vektorpotential, Gesetz von Biot-Savart.	92
3	DER POYNTINGSCHER VEKTOR	95
3.1	Herleitung des Poyntingschen Vektors	95
3.2	Anwendung des Poyntingschen Vektors bei Gleichstrom. Energieströmung	97

3.3 Komplexer Poyntingscher Vektor	99
4. RELAXATIONSZEIT, TELEGRAPHENGLEICHUNGEN	104
4.1 Relaxationszeit	104
4.2 Telegraphengleichungen	105
5. EBENE WELLEN.	106
5.1 Ebene homogene Wellen im Dielektrikum	106
5.2 Ebene homogene Wellen bei zeitlich sinus- förmigen Vorgängen (e , y komplex).	112
5.2.1 Allgemeine Herleitung	112
5.2.2 Ebene Wellen im Dielektrikum mit geringen Verlusten.	114
5.2.3 Ebene Wellen im Leiter.	114
5.3 Anwendung des komplexen Poyntingschen Vektors bei Leitern, Skineffekt.	117
5.3.1 Eintretende Strahlung in einen Metall- block	117
5.3.2 Stromverdrängung bei Rechteckschienen und ähnlichen Anordnungen unter Ver- nachlässigung der Randstreuungen	119
5.3.3 Eisenverluste	122
5.3.3.1 Eisenblech	122
5.3.3.2 Verluste durch einen Eisenkern in ei- ner Spule	124
5.4 Reflexion ebener elektromagnetischer Wellen an einfachen Trennflächen	127
5.4.1 Reflexion bei senkrechtem Einfall.	127
5.4.2 Aufhebung der Reflexion durch ein drit- tes Medium (senkrechter Einfall)	130
5.4.3 Reflexion und Durchgang ebener Wellen bei schiefem Einfall auf eine Grenz- fläche	134
5.4.3.1 Allgemeine Herleitung	134

5.4.3.2	Bedingungen für das Verschwinden der Reflexion bei Dielektrika	138
5.4.3.3	Fresnelsche Formeln	140
5.4.3.4	Totale Reflexion bei Dielektrika	142
5.4.3.5	Reflexion an einer Leiteroberfläche	145
5.4.3.6	Reflexion und Felder bei Einfall auf einen unendlich guten Leiter ($K = \infty$)	147
5.5	Gruppengeschwindigkeit	153
5.6	Ebene Wellen längs Leitungen mit unendlicher Leitfähigkeit. Erste Näherung der Dämpfung	155
5.6.1	Leitungswellen bei Leitern ohne Verluste	155
5.6.2	Erste Näherung der Dämpfung der Leitungswellen	163
6.	DIE WELLENGLEICHUNG UND EINIGE LÖSUNGEN	165
6.1	Herleitung der Wellengleichung	165
6.2	Lösung der Wellengleichung in kartesischen Koordinaten	167
6.3	Lösung der Wellengleichung in Zylinderkoordinaten. Zylinderfunktionen	168
6.3.1	Separierung der Wellengleichung in Zylinderkoordinaten	168
6.3.2	Gammafunktion, Pi-Funktion, Psi-Funktion	170
6.3.3	Zylinderfunktionen	171
6.3.3.1	Zylinderfunktionen 1. Art (Besselsche Funktionen)	177
6.3.3.2	Zylinderfunktionen 2. und 3. Art (Neumannsche und Hankelsche Funktionen)	181
6.3.3.3	Näherungen der Zylinderfunktionen für $ x \ll 1$	183
6.3.3.4	Geschlossene Lösungen für $y = n + 1/2$	183
6.3.3.5	Näherungen der Zylinderfunktionen für $ x \gg 1$, y	185

6.3.3.6	Differentiationsregeln, Funktionalgleichung, Integraldarstellung der Besselschen Funktion	186
6.4	Lösung der Wellengleichung in Kugelkoordinaten	187
6.4.1	Die Wellengleichung in Kugelkoordinaten	187
6.4.2	Separierung der Wellengleichung in Kugelkoordinaten	190
6.4.3	Die Legendreschen Polynome $P_n(x)$	192
6.4.4	Die erzeugende Funktion und Funktionalgleichung der Legendreschen Polynome	199
6.4.4.1	Die erzeugende Funktion	199
6.4.4.2	Funktionalgleichungen und Differentiationsregeln	201
6.4.5	Weitere Kugelfunktionen	203
6.4.5.1	Die Legendresche Funktion 2.Art $Q(x)$	203
6.4.5.2	Zugeordnete Legendresche Funktionen 1. und 2.Art $P^m(x)$, $Q^m(x)$. (Zugeordnete Kugelfunktionen 1. und 2.Art, tesserale Kugelfunktionen)	205
6.4.5.3	Allgemeine Kugelfunktionen	208
6.4.6	Näherungen für Kugelfunktionen bei $ \mu \ll 1$ und $ \pi/2 - \mu \ll 1$	209
7.	WELLENTYPEN AUF LEITUNGEN MIT UNENDLICH HOHER LEITFÄHIGKEIT	212
7.1	Das ebene Problem (Bandleitung, Rechteckhohlleiter)	212
7.1.7.1.1	Allgemeine Herleitung	212
7.1.2	Die verlustlose Bandleitung	215
7.1.3	Der verlustlose Rechteckhohlleiter	220
7.1.3.1	Die Wellentypen	220
7.1.3.2	Phasengeschwindigkeit v und Gruppengeschwindigkeit v_g	223
7.1.3.3	Gleichungen für die Feldbilder	224

7.1.3.4 Die Leistung	225
7.1.3.5 Der Energietransport, Energiegeschwindigkeit	229
7.1.3.6 Sonderfälle ($H^$ -Welle, $E^$ -Welle)	232
7.1.3.7 Hohlraumresonatoren	236
7.2 Das Kreiszyylinderproblem (runder Hohlleiter, koaxiale Leitung)	238
7.2.1 Allgemeine Herleitung	238
7.2.2 Der verlustlose runde Hohlleiter	241
7.2.2.1 Die Wellentypen	241
7.2.2.2 Die Leistung	244
7.2.2.3 Energietransport, Energiegeschwindigkeit	248
7.2.2.4 Sonderfälle	251
7.2.2.5 Hohlraumresonatoren	256
7.2.3 Die verlustlose koaxiale Leitung	257
7.2.3.1 Die allgemeine Lösung	257
7.2.3.2 Die L-Welle der koaxialen Leitung als Sonderfall der allgemeinen Lösung	259
Sachregister	261