

UNTERSUCHUNGEN
ZUM
VIERFARBENPROBLEM

VON

HEINRICH HEESCH

apl. Professor an der Technischen Universität Hannover



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT · MANNHEIM/WIEN/ZÜRICH

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	5
Inhaltsübersicht	9
<i>Kapitel I: Chromatische Reduktionsbegriffe</i>	
Einleitung	14
1. Grundbegriffe (mit Tafel 1)	16
2. Figur, Rand, Kreis, Umgebung $U_c(\mathfrak{M})$	21
3. Färbung, Färbungsmenge, Randfärbungsmenge	27
4. A-Reduktion	28
4.1. Erste Darstellungsweise der A-Reduktion	28
4.2. Zweite Darstellungsweise der A-Reduktion	29
5. Richtige Einbettung, Minimaltriangulation	31
6. Zusammenstellung der Markierungen und Bezeichnungen	36
7. Beispiele zur A-Reduktion (mit Tafel 2)	38
8. B-Reduktion	43
8.1. Kempeketten	43
8.2. Kempeketten auf K_n , Klasseneinteilung (mit Tafel 3)	44
8.3. Äquivalente Färbungen	50
8.4. Tafeln der äquivalenten Färbungen (mit Tafeln 4, 5)	52
8.5. Erste Darstellungsweise der B-Reduktion (mit Tafel 4)	52
8.6. Zweite Darstellungsweise der B-Reduktion, Obermenge $\Phi_1(F)$ von $\Phi(F)$ (mit Tafeln 6, 7, 8)	58
9. Die bisherigen Beispiele zur B-Reduktion (mit Tafel 6)	67
10. C-Reduktion	68
10.1. Erste Darstellungsweise der C-Reduktion	68
10.2. Zweite Darstellungsweise der C-Reduktion	70
11. Die bisherigen Beispiele zur C-Reduktion (mit Tafel 9)	74
12. Die B-Reduktion $\text{lc} \underline{1}_a$	77
13. D-Reduktion	79
13.1. Die Obermenge $\Phi(F)$ von $\Phi(F)$	79
13.2. $\Phi(F) = \Phi_n$	83
13.3. Vorbereitende Betrachtungen zur D-Reduktion	84
13.4. D-Reduktion	89
14. Beispiele zur D-Reduktion	92

Kapitel II: Reduktion bestimmter Teilmengen von Landkarten

1. Reduktion aller Landkarten ohne Länder mit 6 oder 7 Nachbarländern	94
2. Die (bekannte) Reduktion aller Landkarten, in denen jedes Land an 5 oder 6 Nachbarländer angrenzt	129
3. Reduktion aller Landkarten, in denen jedes Land an 5 oder 7 Nachbarländer angrenzt, ohne daß drei Länder der letzteren Art an einer Ecke zusammenstoßen	130
4. Die (bekannte) Reduktion aller Landkarten, in denen der Weg zwischen irgend zwei Ländern mit 5 Nachbarländern durch wenigstens zwei andere Länder führt	150

Kapitel III: Über einen Krümmungsbegriff bei Triangulationen

1. Definitionen der Krümmungen	151
2. Triangulationsmatrizen	156
3. Grenzverhalten der Matrixpotenzen	162

Kapitel IV: Zwei verschiedene Anwendungen des Krümmungsbegriffs bei der Reduktionsmethode

1. Über einen Stufenbegriff bei Triangulationen T_e ; Reduktion der T_e der Stufe $s = 1$	169
1.1. Über einen Stufenbegriff bei Triangulationen	169
1.2. Reduktion der T_e der Stufe $s = 1$	171
1.3. Die 19 Reduktionen	175
1.4. Abschließende Bemerkungen	179
2. Reduktion sämtlicher $U_4(E_i)$ mit positivem $k_4(E_i)$ für die Teilmenge der T_e : $e = e_5 + e_7$, E_5 nur in Dreierketten	214
2.1. Zum Inhalt dieses Abschnittes IV, 2.	214
2.2. Ausschaltung vieler Figuren mittels 14 neuer (und einer früheren) Reduktionen	217
2.3. Weitere Sätze, um möglichst viele positive $k_2(E_i)$ ausschließen zu können	224
2.4. Aufbau der Liste der noch zu diskutierenden Werte $k_2(E_i)$	227
2.5. Berechnung der $k_3(E_i)$ und $k_4(E_i)$	231
2.5.1. Ermittlung aller Möglichkeiten für positive Werte $k_3(E_i)$	231
2.5.2. Erweis der Unmöglichkeit positiver Werte $k_4(E_i)$	232
2.6. Die 15 Reduktionen	235
Literaturverzeichnis	289