

# STATISTISCHE METHODEN DER DATENANALYSE

VON

SIEGMUND BRANDT

PEIVATDOZENT AN DER UNIVBBSITÄT HEIDELBERG



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM/ZÜRICH

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

## IHHALT

	Seite
1. Einleitung, Problemstellung	1
2. Wahrscheinlichkeiten	4
2.1 Begriff der Wahrscheinlichkeit	4
2.2 Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Bedingte Wahrscheinlichkeit	6
3. Zufallsvariable, Verteilungen einer Variablen	9
3.1 Zufallsvariable	9
3.2 Verteilungen einer Zufallsvariablen	9
3.3 Funktion einer Zufallsvariablen, Erwartungswert, Streuung, Momente	11
3.4 Die Tschebyscheff'sche Ungleichung	14
4. Verteilungen mehrerer Zufallsvariablen	16
4.1 Verteilungsfunktion und Wahrscheinlichkeitsdichte von 2 Veränderlichen	16
4.2 Erwartungswerte, Varianz, Kovarianz und Korrelation	19
4.3 Mehr als 2 Veränderliche, Vektor- und Matrixschreibweise	24
4.4 Transformation der Variablen	27
4.5 Lineare und orthogonale Transformation. Fehlerfortpflanzung	31
5. Verschiedene spezielle Verteilungen und Sätze	38
5.1 Binomial- und Multinomialverteilung	38
5.2 Häufigkeit. Das Gesetz der großen Zahl	44
5.3 Hypergeometrische Verteilung	44
5.4 Poisson-Verteilung	49
5.5 Gleichverteilung	56
5-6 Die charakteristische Funktion einer Verteilung	58
5-7 Die Gauss'sche oder Normalverteilung	61
5.7-1 Das Fehlermodell von Laplace	61
5.7.2 Normalverteilung	65
5.7.3 Zahlenmäßiges Verhalten der Normalverteilung	67
5.7.4 Normalverteilung mehrerer Veränderlicher	72
5.8 Der zentrale Grenzwertsatz	74
5.9 Faltung von Verteilungen	76

	Seite
6. Stichproben	79
6.1 Zufällige Stichprobe, Verteilungsfunktion einer Stichprobe, Schätzungen	79
6.2 Stichproben aus verschiedenen Grundgesamtheiten	83
6.2.1 Kontinuierliche Grundgesamtheit	85
6.2.2 Stichproben aus zerlegten Grundgesamtheiten	85
6.2.3 Stichproben ohne Zurücklegen aus endlichem, diskreten Grundgesamtheiten. Mittelers quadratische Abweichung. Freiheitsgrade	88
6.2.4 Stichproben aus Gaußverteilungen, $\chi^2$ -Verteilung	95
6.3 $\chi^2$ und empirische Varianz $s^2$ .	101
7. Die Methode der "Maximum Likelihood"	104
7.1 Likelihood-Funktion, Likelihood-Quotienten	104
7.2 Die Maximum-Likelihood-Methode	107
7.3 Frechet'sche Ungleichung. Erschöpfende Schätzung	113
7.4 Gleichzeitige Schätzung mehrerer Parameter	117
7-5 Eindeutigkeit der Maximum-Likelihood Methode, -Konfidenzintervall	122
7.6 Die Bartlett'sche S-Funktion	124
7.7 Abschließende Bemerkungen	128
8. Prüfung von Hypothesen (Tests)	130
8.1 F-Test; über die Gleichheit zweier Streuungen	133
8.2 Student's Test. Vergleich von Mittelwerten	138
8.3 $\chi^2$ -Test	143
8.4 Begriffe aus der allgemeinen Testtheorie	151
9. Die Methode der kleinsten Quadrate	157
9.1 Direkte Messungen gleicher oder verschiedener Genauigkeit	157
9.2 Ausgleich nach vermittelnden Beobachtungen	160
9.3 Bgdingbe Messungen	174
9.4 Der allgemeine Fall	182
9.5 Beispiel: Stoßprozesse von Elementarteilchen	185
10. Verschiedene Methoden zur Erfassung der Zusammenhänge zwischen mehreren Variablen	193
10.1 Kontingenztafel	193
10.2 Varianzanalyse	195
10.3 Regression	201
10.4 Schätzung von Korrelationskoeffizienten	208

11. Monte-Carlo-Methode	211
11.1 Berechnung von Integralen	212
11.2 Gewinnung einer beliebigen Verteilungsfunktion durch Transformation der Gleichverteilung	215
11.3 Erzeugung gleichverteilter Zufallszahlen in Rechenanlagen	220
11.4 Beispiele	224
11.4.1 Durchgang von Elementarteilchen durch Materie	225
11.4.2 Berechnung von Phasenraumintegralen	227
12. Anhang	234
A.1 Lösungsmethoden für Matrixgleichungen	234
A.2 Elemente der Kombinatorik	241
A.3 Gamma-Funktion. Stirlingsche Formel	245
13. Tabellen	250
Tabelle 1: Poisson-Verteilung	251
Tabelle 2: Normalverteilung	254
Tabelle 3: Umkehrfunktion der Normalverteilung	255
Tabelle 4: $X^2$ -Verteilung	256
Tabelle 5: Umkehrfunktion der $X^2$ -Verteilung	257
Tabelle 6: F-Test	259
Tabelle 7: Student's Test	262
Tabelle 8: Zufallszahlen	263
14. Literatur	264