

# LINEARE ALGEBRA

Erster Teil einer Vorlesung

VON

ROLF LINGENBERG

O. PROFESSOR AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE DARMSTADT



BIBLIOGRAPHISCHES INSTITUT • MANNHEIM/ZÜRICH

HOCHSCHULTASCHENBÜCHER-VERLAG

## Inhalt

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| § 1 | Mengen und Abbildungen   | 1   |
|     | 1. Mengen - 2. Relationen - 3. Abbildungen   |     |
| § 2 | Zum Vektorbegriff  | 9   |
|     | 1. Definitionen - 2. Rechenregeln für Vektoren -<br>3. Das Skalarprodukt von Vektoren - 4. Geradengleichungen - 5. Vektoren im Raum - 6. Das vektorielle Produkt - 7. Kurven 2. Grades                         |     |
| § 3 | Gruppen, Körper, Vektorräume   | 31  |
|     | 1. Gruppen - 2. Erste Folgerungen aus den Gruppenaxiomen - 3. Körper - 4. Erste Folgerungen aus den Körperaxiomen - 5. Vektorräume   |     |
| § 4 | Vektorräume endlicher Dimension  | 111 |
|     | 1. Lineare Abhängigkeit - 2. Dimension und Basis -<br>3. Teilräume - 4. Von Vektoren erzeugte Teilräume -<br>5. Summe und Produkt von Teilräumen - 6. Faktorräume  |     |
| § 5 | Lineare Abbildungen  | 55  |
|     | 1. Definition - 2. Erste Eigenschaften der linearen Abbildung - 3. Kern und Bild einer linearen Abbildung - 4. Injektive lineare Abbildung - 5. Bijektive lineare Abbildung - 6. Die Menge $\text{Hom}(V, V')$ |     |
| § 6 | Linearformen und Dualräume   | 67  |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| § 7  | Matrizen   | 73  |
|      | 1. Definitionen - 2. Elementare Umformungen -<br>3. Rang einer Matrix - 4. Matrizen und lineare<br>Abbildungen - 5. Summe und Produkt von Matrizen -<br>6. Lineare Abbildungen in Matrixschreibweise -<br>7. Reguläre Matrizen   |     |
| § 8  | Gleichungssysteme  | 07  |
| § 9  | Determinanten  | 93  |
|      | 1. Multilinearformen - 2. Einschub über Permuta-<br>tionen - 3. Existenz und Eindeutigkeit von Deter-<br>minantenformen - 4. Determinante eines Endomor-<br>phismus - 5. Determinante einer Matrix - 6. Be-<br>rechnung von Determinanten - 7. CRAMERSche Regel  |     |
| § 10 | Eigenwerte, Eigenvektoren und charakteristisches<br>Polynom  | 113 |
| § 11 | Metrische, euklidische und unitäre Vektorräume   | 121 |
|      | 1. Gemibilinearformen - 2. Matrix einer Semibi-<br>linearform - 3. Symmetrische und HERMITESche<br>Formen - 4. Euklidische und unitäre Vektorräume -<br>5. Orthogonalität - 6. Senkrechte Teilräume -<br>7. Spezielle Typen von Abbildungen und Matrizen -<br>8. Charakteristisches Polynom und Eigenwerte<br>eines selbstadjungierten Endomorphismus -<br>9. Eigenwerte und Eigenvektoren von orthogonalen<br>oder unitären Endomorphismen - 10. Weitere Aus-<br>sagen über unitäre oder orthogonale Matrizen |     |

1. Die Gruppe der orthogonalen bzw. unitären Automorphismen - 2. Endliche Basen eines Vektorraumes - 3. Approximation in euklidischen und unitären Vektorräumen - 4. Approximation mit ON-Systemen - 5. Konvergenz in euklidischen oder unitären Vektorräumen, FOURIERreihen, HILBERTräume