

S a m m l u n g G ö s c h e n B a n d 180

Versicherungsmathematik

Dr. Friedrich Böhm

Professor an der Universität München

1

Elemente der Versicherungsrechnung

Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage

Durchgesehener Neudruck



Walter de Gruyter & Co.

vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung—J. Guttentag, Verlags-
buchhandlung — Georg Reimer — Karl J. Tübner — Veit & Comp.

Berlin 1953

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Literaturverzeichnis	7
----------------------	---

I. Kapitel: Der Zinsfuß als erste Bechnungsgrundlage

§ 1. Die gewöhnliche Verzinsung	8
§ 2. Der Zinseszins	8
a) Die Aufzinsung (Tab. 1)	8
b) Die Abzinsung oder Diskontierung (Tab. 2)	10
§ 3. Die Zeitrente	12
a) Endwert vorbüßiger Prämien (Tab. 3)	12
b) Barwert nachschüssiger Renten (Tab. 4)	13
c) Endwert nachschüßiger Prämien	11
d) Barwert vorschüssiger Renten	15
§ 4. Die Berechnung der Höhe der Zeitrente	16
a) Berechnung der Rente aus dem Barwert (Tab. 5)	16
b) Berechnung der Prämie aus dem Endwert (Tab. (I))	17
e) Aufgeschobener Beginn der Rentenbezüge und abgekürzte Dauer der Prämienzahlung	19
§ 5. Die Verbindung von Einzahlungen und Auszahlungen	20
a) Berechnung der Prämie aus der Rente	20
b) Berechnung der Rente aus der Prämie	23

II. Kapitel: Die Sterbetafel als zweite Rechnungsgrundlage

§ I. Die Elemente der Sterbetafel	24
a) Die Absterbeordnung (Zahl der Lebenden und der Toten) (Tab.7)	24
b) Die Sterbenswahrscheinlichkeit	27
c) Die Erlebenswahrscheinlichkeit	28
d) Zwei Sätze aus der Wahrscheinlichkeitslehre	28
§ 2. Die Erlebensfallversicherung	30
a) Begriff derselben	30
b) Die diskontierte Zahl der Lebenden (Tab. 8)	31
e) Die einmalige Prämie (Tab. 9)	33
§ 3. Die Leibrente	34
a) Die sofort beginnende lebenslängliche Leibrente	36
1. vorschüssig zahlbar (Tab. 10)	36
2. nachschüssig zahlbar	37
b) Die aufgeschobene lebenslängliche Leibrente	38
1. vorschüssig zahlbar	38
2. nachschüssig zahlbar	38
c) Die temporäre oder abgekürzte Leibrente	39
1. vorschüssig zahlbar (Tab. 11)	39
2. nachschüssig zahlbar	41
§ 4. Die Todesfallversicherung	42
a) Die Todesfallversicherung für ein bestimmtes Jahr	43
b) Die diskontierte Zahl der Toten (Tab. 12)	44
e) Die sofort beginnende lebenslängliche Todesfallversicherung (Tab. 13)	46
d) Die aufgeschobene lebenslängliche Todesfallversicherung	48
e) Die temporäre oder kurze Todesfallversicherung	48
f) Die gemischte Versicherung oder die Versicherung auf den Todes- und Erlebensfall (Tab. 14)	49

	Seite
§ 5. Die Berechnung jährlicher Prämien	52
a) Die Erlebensfall Versicherung (Tab. 15)	53
b) Die aufgeschobene lebenslängliche Leibrente (vor- und nachschüssig)	55
c) Die sofort beginnende lebenslängliche Todesfall Versicherung	56
1. Lebenslängliche Prämie (Tab. 16)	56
2. n Jahre zu zahlende Prämie	57
d) Die aufgeschobene lebenslängliche Todesfallversicherung ...	58
e) Die kurze Todesfall Versicherung (Risikoversicherung)	60
f) Die gemischte Versicherung (Tab. 17)	60
§ 6). Die Berechnung der einmaligen und der jährlichen Prämien aus der Tabelle der temporären Leibrenten	63
a) Der Zusammenhang der diskontierten Toten und deren Summen mit den diskontierten Lebenden und deren Summen	63
b) Umformung der Ausdrücke für die einmaligen Prämien	63
c) Umformung der Ausdrücke für die jährlichen Prämien (Tab. IS)	64
§ 7. Die Versicherung zu festem Auszahlungstermin (Anssteuerversicherung)	66

III. Kapitel: Die Prämienreserve

§ 1. Der Begriff der Prämienreserve	67
1. Der Fall der einmaligen Prämie (Übersicht 1)	78
2. Der Fall der jährlichen Prämie (Übersicht 2)(Zusammenstellung I)	70
§ 2. Die beiden Hauptsätze der Reservenberechnung	75
1. Der Fall der einmaligen Prämie	75
2. Der Fall der jährlichen Prämie	76
§ 3. Die Zerlegung der jährlichen Prämie in ihre beiden Bestandteile	76
a) 1. Beispiel (1. Zerlegung) (Übersicht 3)	76
b) 2. Beispiel (Zusammenstellung 2)	80
c) Eine andere Art der Zerlegung (2. Zerlegung)	82
d) Anmerkung über das Umlage verfahren	86
§ 4. Die Berechnung der Reserve bei der Erlebensfall- und Rentenversicherung	87
a) Die Reserve bei der Erlebensfallversicherung (Zusammenstellung 3)	87
b) Die Reserve bei der Leibrente (Zusammenstellung 4)	89
§ 5. Die Berechnung der Reserve bei den verschiedenen Arten der Todesfallversicherung	91
a) Die Reserve bei der sofort beginnenden lebenslänglichen Todesfallversicherung	91
b) Die Reserve bei der aufgeschobenen lebenslänglichen Todesfall Versicherung (Zusammenstellung 5)	92
c) Die Reserve bei der kurzen Todesfall Versicherung (Zusammenstellungen (6 und 7)	94
d) Die Reserve bei der gemischten Versicherung (Zusammenstellungen 8 und 9)	96
§ 6. Die versicherungstechnische Behandlung von Vertragsumlagerungen	99
a) Einstellung der Prämienzahlung (Umwandlung in eine prämiensfreie Versicherung)	101
b) Rücktritt vom Versicherungsvertrag (Berechnung des Kieekkaufwertes) (Zusammenstellung 10)	102
c) Umwandlung eines Vertrags durch Verlängerung der Versicherungs- bzw. Prämienzahlungsdauer	103
1. Beispiel (Zusammenstellung 11)	103
2. Beispiel (Zusammenstellung 12)	105
d) Umwandlung einer gemischten Versicherung in eine lebenslängliche Leihrente	107

IV. Kapitel: Die Kosten als dritte Rechnungsgrundlage

§ 1. Die Bruttoprämie und ihre Zerlegung in Nettoprämie, Tilgungsrate, Verwaltungskostenausschlag und Kinhebungskosten (Zusammenstellung 13 und 13 a)	107
§ 2. Die Bruttoreserve	112
a) Die sofort Beginnende lebenslängliche Todesfallversicherung mit lebenslänglicher Prämienzahlung	112
b) Die sofort beginnende lebenslängliche Todesfallversicherung mit abgekürzter Prämienzahlung	113
e) Die gemischte Versicherung (Zusammenstellungen 14, 15, 16)	114
d) Allgemeine Bemerkungen über das „Zillmern“	116
§ 3. Die „ $x+I$ “-Methode und die Umrechnung der Bruttoreserve bei einer Änderung des Zillmersatzes	118
1. Die „ $x+I$ “-Methode	118
a) Die lebenslängliche Todesfallversicherung mit lebenslänglicher Prämienzahlung	119
b) Die lebenslängliche Todesfallversicherung mit abgekürzter Prämienzahlung (wird nicht behandelt)	120
c) Die gemischte Versicherung (Zusammenstellungen 17 und 18)	120
d) Die Zillmersätze nach der $x+I$ -Methode (Zusammenstellung 19)	122
2. Die Umrechnung der Reserve bei Änderung des Zillmersatzes (Zusammenstellung 20)	122

V. Kapitel: Die Versicherung verbundener Leben

§ 1. Die Erlebenswahrscheinlichkeit bei verbundenen Leben	126
§ 2. Die Erlebensfallversicherung verbundener Paare	127
a) Einmalige Prämie	127
b) Jährliche Prämie	129
c) Die Prämienreserve	129
§ 3. Die Leibrente für verbundene Paare	130
a) Die Verbindungsrente bis zur Auflösung des Paares	130
b) Die temporäre Verbindungsrente	130
c) Die aufgeschobene Verbindungsrente bis zur Auflösung des Paares	131
d) Die Verbindungsrente bis zur Auflösung des Paares, gefolgt von einer Änderung der Rente für den überlebenden Teil	131
1. Allgemeiner Fall	131
2. Spezialfälle	132
a) Die Verbindungsrente mit vollständigem Übergang	132
β) Die Verbindungsrente mit halbem Übergang	132
γ) Die lebenslängliche einseitige Überlebensrente („Witwenrente“)	132
e) Die temporäre einseitige Überlebensrente (Waisenrente)	133
f) Beispiele	134
a) Die Verbindungsrente bis zur Auflösung des Paares	134
β) Die Verbindungsrente bis zur Auflösung des Paares, gefolgt von einem vollständigen (halben) Übergang auf den überlebenden Teil	134
γ) Die Witwenrente	135
δ) Die Waisenrente (Zusammenstellung 21)	135
§ 4. Die Todesfallversicherung für verbundene Paare	137
a) Allgemeiner Fall	137
b) Spezielle Fälle	138
a) Die Versicherungssumme wird nur bei Auflösung des Paares (d. h. beim 1. Tod) fällig	138

	Seite
β) Die Versicherungssumme wird erst beim 2. Tod fällig	138
γ) u. γ') Die Versicherungssumme wird beim 1. und 2. Tod fällig	139
c) Die gemischte Versicherung verbundener Paare	140
d) Beispiele	140
α) Die Todesfallversicherung mit Auszahlung beim 1. Todesfall	140
β) Die Todesfallversicherung mit Auszahlung beim 2. Todesfall (Zusammenstellung 22)	141
γ) Die gemischte Versicherung verbundener Paare (Zusammenstellung 23)	142

Anhang: Die wichtigsten gesetzlichen Bestimmungen über Prämien- und Reservenberechnung

A. Das Gesetz über die Beaufsichtigung der privaten Versicherungsunternehmen (V. A. G.) vom 6. 6. 1931	143
a) Zulassung zum Geschäftsbetrieb	143
b) Besondere Vorschriften über die Prämienreserve bei der Lebensversicherung	144
B. Das Gesetz über den Versicherungsvertrag (V. V. G.) vom 30. 5. 1908	145
a) Umwandlung in eine prämienfreie Versicherung	146
b) Rückkauf (Herausgabe des Prämienreserveanteils)	146
MWI 3½ %: Tabelle der diskontierten Lebenden und Toten, deren Summen und Doppelsummen	148/9
Sachregister	150/1

Inhalt der 18 Tabellen

Tabelle 1: Die Aufzinsungsfaktoren	9
Tabelle 2: Die Abzinsungsfaktoren	11
Tabelle 3: Die Endwerte von n vorschüssigen Prämien 1 am Ende des n -ten Jahres	13
Tabelle 4: Die Barwerte von n nachschüssigen Renten 1 am Anfang des 1. Jahres	15
Tabelle 5: Die Beträge einer nachschüssigen Rente von n -jähriger Dauer (Tilgungsquoten)	17
Tabelle 6: Die Beträge einer vorschüssigen Prämie (n Jahre zahlbar) (Sparquoten)	18
Tabelle 7: Die Sterbetafel MWI (Lebende, Tote, Sterbenswahrscheinlichkeit)	25
Tabelle 8: MWI 3½ %: Die diskontierten Lebenden und deren Summen	32
Tabelle 9: Einmalige Prämien für die Erlebensfallversicherung (VS:100)	33
Tabelle 10: Die Barwerte einer sofort beginnenden (vorschüssigen) lebenslänglichen Leibrente 1	37
Tabelle 11: Die Barwerte einer sofort beginnenden (vorsehüssigen) temporären Leibrente 1	40
Tabelle 12: MWI 3' /, %: Die diskontierten Toten und deren Summen	45
Tabelle 13: Einmalige Prämien für die sofort beginnende lebenslängliche Todesfallversicherung (VS: 100)	47
Tabelle 14: Einmalige Prämien für die gemischte Versicherung (VS: 100)	51
Tabelle 15: Jährliche vorschüssige Prämien für die Erlebensfallversicherung (VS: 100)	54
Tabelle 16: Jährliche vorschüssige lebenslänglich zu zahlende Prämien für die sofort beginnende lebenslängliche Todesfallv. (VS: 100)	57
Tabelle 17: Jährliche vorschüssige Prämien für die gemischte Versicherung (VS: 100)	61
Tabelle 18: Die mit 10000 multiplizierten reziproken Werte der temporären Leibrente aus Tabelle 11	65